

PROYECTO DE GRADO

Presentado ante la ilustre UNIVERSIDAD DE LOS ANDES como requisito final para
obtener el Título de INGENIERO DE SISTEMAS

CONSTRUCCIÓN DE MAPAS COGNITIVOS DIFUSOS EN DOS ETAPAS PARA LA METODOLOGÍA PVR-FCM

Por

Br. MARÍA JOSÉ DÁVILA BRICEÑO

Tutor: Dr. Jose Aguilar Castro

Noviembre 2023



©2023 Universidad de Los Andes Mérida, Venezuela

CONSTRUCCIÓN DE MAPAS COGNITIVOS DIFUSOS EN DOS ETAPAS PARA LA METODOLOGÍA PVR-FCM

Br. MARÍA JOSÉ DÁVILA BRICEÑO

Proyecto de Grado — Sistemas Computacionales

Resumen: En el presente proyecto de grado se amplía la metodología llamada *PVR-FCM: Una extensión de mapas cognitivos difusos para modelado prescriptivo*, mediante la aplicación de un nuevo enfoque para construir el FCM usado en dicha metodología. Esta nueva versión, llamada *Extensión de PVR-FCM: Mapas cognitivos difusos multinivel para el modelamiento prescriptivo*, se fundamenta en la técnica de los mapas cognitivos multiniveles para representar distintos niveles de conocimiento que interactúan en un mismo sistema. En ese sentido, en este caso se usan dos FCMs, uno como modelo predictivo, y el otro, incorporado este primero, como modelo prescriptivo. Así, usando data histórica y el algoritmo de optimización de enjambre de partículas se entrena un primer FCM con solo los conceptos del sistema, el cual se comporta como *modelo predictivo* del comportamiento del sistema. Luego, se procederá a entrenar y construir el segundo FCM con los conceptos de acciones/recomendaciones, el cual representa el *modelo prescriptivo*. Estas dos capas (modelos) finalmente representan el FCM multinivel que será usado en su conjunto en cada una de las etapas de la metodología clásica de PVR-FCM para prescribir acciones/recomendaciones. Finalmente, la calidad de la propuesta es evaluado usando diferentes conjuntos de datos.

Palabras clave: aprendizaje automático, mapas cognitivos difusos, modelos prescriptivos, modelos predictivos, inferencia causal, toma de decisión, representación del conocimiento.

Índice general

Resumen	III
Índice de Figuras	IV
Índice de Tablas	V
Agradecimientos	VI
1. Introducción	1
1.2. Antecedentes	2
1.3. Planteamiento del problema	3
1.4. Objetivos	5
1.4.1. Objetivo General	5
1.4.2. Objetivos Específicos	5
1.5. Justificación	6
1.6. Organización del proyecto	7
2. Fundamentación Teórica	8
2.1. Aprendizaje automático	8
2.1.1 Aprendizaje supervisado	9
2.1.2 Computación evolutiva	9
2.1.2.1. Optimización de enjambre de partículas (PSO).....	10
2.1.2.2. Algoritmo Genético (AG).....	12
2.2. Análisis Prescriptivo	15
2.3. Mapa Cognitivo Difuso (FCM)	18

3. Marco Metodológico	23
3.1. PVR-FCM Clásico	23
3.1.1. Etapas de PVR-FCM	24
3.2. Extensión de PVR-FCM	30
3.2.1. Entrenamiento de FCM predictivo para PVR-FCM	31
3.2.1. Entrenamiento de FCM prescriptivo para PVR-FCM	31
4. Implementación del proyecto	35
4.1. Métricas	35
4.2. Especificación de los casos de estudio	37
4.2.1. Conjuntos de datos de Vino tinto	38
4.2.2. Conjuntos de datos de Diabetes	39
4.2.3. Conjuntos de datos de Rendimiento estudiantil	40
4.3. Entrenamiento de FCM multinivel para PVR-FCM	42
4.3.1. Conjuntos de datos de Vino tinto	43
4.3.2. Conjuntos de datos de Diabetes	45
4.3.3. Conjuntos de datos de Rendimiento estudiantil	46
4.4. Resultados	48
4.4.1. Conjuntos de datos de Vino tinto	49
4.4.1.1. Modelo Predictivo	49
4.4.1.2. Modelo Prescriptivo	50
4.4.2. Conjuntos de datos de Diabetes	51
4.4.2.1. Modelo Predictivo	51
4.4.2.2. Modelo Prescriptivo	51
4.4.3. Conjuntos de datos de Rendimiento estudiantil	52
4.4.3.1. Modelo Predictivo	52

4.4.3.2. Modelo Prescriptivo	53
---	----

5. Conclusiones y Recomendaciones	56
--	----

Bibliografía	58
--------------	----

Índice de Figuras

2.1. Ilustración de optimización de enjambre de partículas	12
2.2. Ilustración de cruce y mutación del algoritmo genético	15
2.3. Clasificación de los métodos para el análisis prescriptivo de acuerdo a Lepenioti	16
2.4. Combinación de diferentes enfoques para el análisis prescriptivo y predictivo	17
2.5. Ejemplo de la estructura de un FCM	19
3.1. Ejemplo de la clasificación en dos capas de un FCM usado para PVR-FCM	25
3.2. Ilustración general del procedimiento de PVR-FCM	29
3.3. Ejemplo de un FCM nivel 1 creado con los conceptos del sistema	33
3.4. Ejemplo de FCM multinivel creado usando dos etapas de aprendizaje.	34
4.1. FCM nivel 1 obtenido para el conjunto de datos Vino tinto	43
4.2. FCM multinivel obtenido para el conjunto de datos Vino tinto	44
4.3. FCM nivel 1 obtenido para el conjunto de datos Diabetes	45
4.4. FCM multinivel obtenido para el conjunto de datos Diabetes	46
4.5. FCM nivel 1 obtenido para el conjunto de datos Rendimiento Estudiantil	47
4.6. FCM multinivel obtenido para el conjunto de datos Rendimiento Estudiantil	48
4.7. Métricas de clasificación para el conjunto de Vino	49
4.8. Métricas de clasificación para el conjunto de Diabetes	51
4.9. Métricas de clasificación para el conjunto de Rendimiento Estudiantil	53

Índice de Tablas

4.1. Características incluidas en el conjunto de datos del Vino	39
4.2. Características incluidas en el conjunto de datos Diabetes	40
4.3. Características incluidas en el conjunto de datos Rendimiento Estudiantil	41
4.4. Comparación de las métricas obtenidas en PVR-FCM clásico vs la Extensión PVR-FCM para el conjunto de datos de Vino	50
4.5. Comparación de las métricas obtenidas en PVR-FCM clásico vs la Extensión PVR-FCM para el conjunto de datos de Diabetes	52
4.6. Comparación de las métricas obtenidas en PVR-FCM clásico vs la Extensión PVR-FCM para el conjunto de datos de Rendimiento Estudiantil	54
4.7. Comparación de las métricas entre la data real y la obtenida en el modelo prescriptivo ...	55

Agradecimientos

A Dios y la virgen por guiarme hasta esta meta y bendecirme con el conocimiento necesario para lograrlo. A Dios también por darme la salud y la fuerza para levantarme cada mañana y asistir a la universidad a pesar de la distancia y de cada uno de los obstáculos que se presentaban.

A mi madre, Mirla, por su incondicional apoyo durante toda mi vida académica. Mi eterno agradecimiento y admiración por tu esfuerzo, por estar allí siempre, por ser mi pilar e inculcarme la importancia de los estudios y los buenos valores.

A mi novio, Jorge Luis, gracias por tanto amor y comprensión. Gracias por acompañarme y motivarme a seguir incluso en aquellos momentos en los que pensé que la mejor opción era rendirse. Gracias por impulsarme a ser una mejor persona y una mejor profesional. Te amo.

A mi familia, mis tias y tios: Ana, Ines, Dora, Elvis, Adan, mis primos: David, Jesús, Joana, Omero, mis padrinos Judith y Nerio, y a toda mi familia gracias por todo su cariño, su apoyo, ejemplo y motivación.

Gracias también a todos mis amigos y compañeros de este viaje, en especial a: Eugi, Duni, Juli, Jorge, Maru, Elias, Josmar, Miguel, Darwin. Mi cariño, admiración y respeto para ustedes. Gracias por cada uno de los momentos vividos, y aunque no faltaron difíciles momentos siempre nos apoyamos.

Mi infinito agradecimiento a cada uno de los profesores que con su mayor esfuerzo y dedicación compartían su conocimiento y esmero por formar excelentes profesionales. Sin ustedes no sería posible este logro y muchos otros. Mi reconocimiento y gratitud a mis tutores, Jose Aguilar y William Hoyos.

Gracias a mi alma mater, la Universidad de los Andes, gracias por seguir apostando a la educación y la formación de buenos profesionales a pesar de los tiempos adversos. Gracias también a cada uno de los trabajadores de la universidad: obreros, secretarias, personal administrativo, quienes también mantienen de pie esta universidad.

La victoria está en el nombre del Señor.

Capítulo 1

1.1 Introducción

En el área de la analítica de datos existen diferentes enfoques que se pueden tomar de acuerdo con las necesidades y los interrogantes que se tienen sobre un problema [1]. Se habla de *análisis descriptivo* cuando se desea responder preguntas del tipo “¿Qué ha pasado?”, de *análisis de diagnóstico* cuando la pregunta está relacionada a “¿Por qué pasó?”, por otro lado, el *análisis predictivo* responde la pregunta “¿Qué pasará?”, y el *análisis prescriptivo* intenta responder la pregunta de “¿Qué se debería hacer?”. Este último se considera como el eslabón más avanzado de la analítica de datos, dado que su resultado está asociado a un mayor impacto sobre el sistema u organización al proveer las acciones óptimas o recomendaciones que este debe seguir para obtener un resultado deseado.

En una reciente investigación realizada por Hoyos y colaboradores, se propone una nueva metodología para abordar este tipo de análisis, llamada PVR-FCM. De acuerdo a su propuesta, un Mapa Cognitivo Difuso (FCM por sus siglas en inglés) es construido para definir un modelo prescriptivo.

1.2. Antecedentes

En una reciente investigación sobre el análisis prescriptivo realizada por Lepenioti y colaboradores en 2020 [2], demuestra que al comparar los cuatro tipos de modelos de análisis de datos, se considera que el análisis descriptivo, de diagnóstico y predictivo constituyen los más comunes, a diferencia del prescriptivo.

Particularmente, este último enfoque se encarga de sugerir (prescribir) las mejores acciones que el tomador de decisión debe seguir, con el fin de afrontar un problema, o lo que es igual, llegar a un resultado deseado dentro del sistema. Así, se evidencia que con mayor frecuencia las investigaciones en área de analítica de datos se han orientado a lo que ocurrió, las causas, y lo que potencialmente ocurrirá en un sistema, pero no a las acciones futuras que permitan llevar a que el sistema responda de cierta manera.

Al entender entonces el gran valor asociado al modelamiento prescriptivo, no sorprende que ahora exista en los investigadores mayor interés por abordarlo. Es por esta razón, que resulta de especial importancia los trabajos orientados al modelamiento prescriptivo, entre ellos, se puede nombrar a algunos, como los realizados por:

- He y colaboradores [3], quienes propusieron una metodología orientada a objetivos para el apoyo a la toma de decisiones, utilizando algoritmos computacionales basados en el sistema inmune y mapas cognitivos difusos. Sin embargo, su enfoque es presentado en un solo escenario, y sin tomar en cuenta variables prescriptivas.

-
- Ayhan y colaboradores [4], presentaron un trabajo de investigación que se enfoca en abordar la detección y resolución de conflictos de aeronaves de largo alcance, para generar una trayectoria libre de conflictos, mediante el uso de una variante del algoritmo de Viterbi. El enfoque es probado con datos de trayectorias reales, pero necesita como entrada un conjunto de trayectorias predichas.
 - Laude y colaboradores [5], desarrollaron un enfoque basado en facilitar la transición del análisis predictivo al análisis prescriptivo en la agricultura francesa, para ello toman en cuenta muchas perspectivas accionables, lo cual definen como un motor de análisis prescriptivo que produce ciertos eventos. En dicho trabajo se hace uso de algoritmos de aprendizaje automático y programación lineal difusa.
 - Dey y colaboradores [6], proponen un trabajo para mejorar la calidad del acero al recomendar las propiedades que este debe tener para llegar a una calidad específica. Para ello se hace uso de algoritmos de aprendizaje automático.

1.3. Planteamiento del Problema

Bien vale la pena mencionar que, aunque el modelamiento prescriptivo comience a destacar como área de investigación, aún es posible encontrar en las metodologías propuestas una dependencia sobre la salida de un modelo predictivo previo, o bien, el modelo presentado como

prescriptivo incurre en el uso de variables no accionables, lo que evidencia ser más un sistema recomendador que prescriptivo. Otro aspecto también relevante es que han sido aplicados a un único campo de estudio.

Por otro lado, también es posible destacar un esfuerzo reciente por solventar dicha dependencia, y cuya propuesta aprovecha explícitamente el caso en que el sistema de estudio cuenta con la presencia de variables de naturaleza prescriptiva, con el fin de cumplir el objetivo de formular las acciones que el sistema deberá seguir con el objetivo de obtener determinados resultados deseados. Además de ello, ese enfoque permite actuar como un sistema recomendador, dado el caso donde no se cuenta con información de las variables accionables. En concreto, es el trabajo realizado por Hoyos y colaboradores [7], quienes proponen una técnica, la cual fue llamada PREscriptiVe FCM (PRV-FCM). Esta técnica tiene como objetivo aportar una metodología para la construcción de modelos prescriptivos, la cual se basa en una extensión de los mapas cognitivos difusos combinados con algoritmos metaheurísticos de optimización. La metodología propuesta demuestra ser adaptable a diferentes campos, y cuenta con pruebas sobre conjuntos de datos reales y sintéticos.

La elección de apoyarse en el uso de FCMs conlleva algunas ventajas como [8]: flexibilidad en la representación de sistemas dinámicos, mayor facilidad para el estudio de sistemas complejos [9], aplicabilidad a diferentes ámbitos [14], e interpretabilidad de los resultados. En dicho contexto, resulta estimulante una propuesta que aborde el estudio del modelamiento prescriptivo de sistemas desde una perspectiva que no solo solventa algunas carencias de trabajos

pasados, sino, además, las pruebas realizadas demuestran muy buenos resultados en la aplicabilidad de la técnica en distintos campos.

Es importante destacar que los FCMs han sido ampliamente usados en los diferentes tipos de problemas de analítica datos [\[10,11,12\]](#), con la excepción del modelamiento prescriptivo, de manera que existen herramientas asociadas a los FCMs, pero no para procesos de modelamiento prescriptivo, más específicamente, dentro del marco metodológico que propone PRV-FCM.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo general:

Desarrollar un enfoque de aprendizaje en dos etapas para la construcción de los FCMs usados en la metodología PVR-FCM.

1.4.2. Objetivos específicos:

- Analizar el área de modelamiento prescriptivo
- Estudiar la técnica PVR-FCM.
- Diseñar e Implementar un modelo de aprendizaje en dos etapas para PVR- FCM.
- Desarrollar casos de estudio y pruebas experimentales para evaluar la calidad de la propuesta.

1.5 Justificación

Al analizar más a fondo la técnica llamada PRV-FCM es posible darse cuenta que se utiliza en el modelamiento dos tipos de variables, las accionables (o prescriptivas) y las que describen al sistema. De esta manera, en el FCM hay dos sub-FCMs, un FCM que describe el comportamiento del sistema y otro FCM que describe el efecto de las variables accionables en él.

Además, también es posible notar que la construcción del FCM predictivo se ubica como un paso previo en la técnica PVR-FCM, pero que, además, ese FCM tiene una importante relevancia en la calidad del modelo prescriptivo generado con dicha técnica.

En específico, las etapas propuestas en PVR-FCM son las siguientes [\[7\]](#):

- Caracterización del FCM que describe al sistema (solo con las variables/conceptos del sistema), que se usa para inferir su comportamiento.
- Caracterización del FCM con las variables accionables para actuar sobre el sistema.
- Inicialización del FCM con los valores deseados de las variables del sistema.
- Optimización de las variables accionables, para llevar al sistema (sus variables) a un estado deseado.

En la implementación actual de PVR-FCM los pasos 1 y 2 se hacen simultáneamente. Es decir, el actual enfoque de PVR-FCM realiza un proceso de aprendizaje que involucra tanto a los conceptos del sistema como a los prescriptivos (accionables). Así, el proceso de aprendizaje

construye un solo FCM que incluye a los dos sub-FCMs (FCM que describe el comportamiento del sistema y FCM prescriptivo). De esta manera, es entonces conveniente explorar la posibilidad de realizar un aprendizaje en dos etapas en el caso de PVR-FCM, para construir los dos FCMs, uno que considera las variables del sistema, y posteriormente, el otro que usa las variables accionables.

Por otro lado, teniendo en cuenta algunas desventajas asociadas a la estrategia de construir FCMs basándose en el conocimiento de expertos [13] y que la robustez de los FCMs depende en gran medida de la calidad de las relaciones causales o matriz de pesos, en PVR-FCM se toma el enfoque de utilizar algoritmos de aprendizaje automático, particularmente, el algoritmo llamado *Optimización de enjambre de partículas (PSO)*, para construir FCMs. En este caso se usará el mismo enfoque para construir los dos FCMs.

1.6 Organización del proyecto

En el capítulo 2 será presentado el marco teórico, con los conceptos relevantes asociados al desarrollo del trabajo. En el capítulo 3 se describe la metodología clásica de PVR-FCM y la enmarcada en la propuesta de construcción del FCM en dos etapas. En el capítulo 4 son presentados los distintos casos de estudio y resultados, finalmente, el capítulo 5 corresponde a los conclusiones y trabajos futuros.

Capítulo 2

Fundamentación Teórica

En este capítulo se explicarán los fundamentos teóricos necesarios para abordar este proyecto de grado. Se introduce el concepto de aprendizaje automático, describiendo particularmente la técnica de aprendizaje supervisado, también es detallado el algoritmo de computación evolutiva de interés para esta propuesta. Por otra parte, se especifica el tipo de análisis de datos asociado al modelamiento prescriptivo, y se definen los FCMs, temas esenciales para comprender el proyecto.

2.1 Aprendizaje automático

Aprendizaje automático o aprendizaje de máquina se considera como una sub-área de la inteligencia artificial, la cual brinda a la máquina la capacidad de aprender automáticamente a partir de una gran cantidad de volúmenes de datos. Esto es realizado mediante algoritmos, experiencias previas, o patrones, con una mínima intervención humana. Dichos algoritmos construyen un modelo de conocimiento (prescriptivo, de diagnóstico, predictivo, etc.) a partir de datos de muestra, conocidos como "datos de entrenamiento".

Arthur Samuel en 1959 define al: *“Aprendizaje de máquina como el campo de estudio que da a las computadoras la habilidad de aprender sin ser programadas explícitamente.”*

Entre los tipos de aprendizaje automático se encuentran los siguientes: aprendizaje por refuerzo, aprendizaje no supervisado y aprendizaje supervisado. Este último es de particular interés para este trabajo, ya que será el utilizado dentro de la metodología PVR-FCM.

2.1.1 Aprendizaje supervisado

El aprendizaje supervisado implica trabajar con un conjunto de datos etiquetados, y mediante un algoritmo aprender iterativamente de los datos históricos con el fin de encontrar una función que pueda asignar las etiquetas de salida correctas a los datos de entrada. Este enfoque tiene diversas aplicaciones, como la clasificación de spam en correos electrónicos, y utiliza ejemplos previos para predecir la salida adecuada para nuevos datos de entrada. Entre los algoritmos más usados de aprendizaje supervisado están: Regresión Logística, Árboles de decisión, y Clasificación de Naïve Bayes.

En particular, para el proceso de aprendizaje supervisado este trabajo usará un algoritmo del campo de la computación evolutiva, la optimización de Enjambre de partículas.

2.1.2 Computación evolutiva

La computación evolutiva es un subcampo de la inteligencia artificial que agrupa técnicas de resolución de problemas que parten o están inspirados en la evolución biológica, para encontrar

soluciones óptimas para un problema dado. Son comúnmente usados en problemas de optimización complejos, y por lo general, cada algoritmo evolutivo difiere entre sí en función de cómo representan los individuos. Algunas técnicas evolutivas conocidas son las siguientes: optimización de Enjambre de partículas (PSO) y algoritmos genéticos (GA). Ambas técnicas son usadas dentro del marco metodológico de PVR-FCM.

2.1.2.1 Optimización de enjambre de partículas (PSO)

Es una técnica de computación evolutiva que imita el comportamiento de un enjambre de partículas para resolver problemas de optimización. Fue propuesto por primera vez por James Kennedy y Russell Eberhart en 1995, inspirados en el movimiento colectivo y la cooperación observados en bandadas de aves y bancos de peces [\[16\]](#).

En PSO, una población de partículas explora el espacio de búsqueda de una solución óptima. Cada partícula representa una solución potencial y vuela a través del espacio de búsqueda ajustando su posición y velocidad. El movimiento de las partículas está influenciado por su propia posición mejor conocida (mejor marca personal), y la mejor posición descubierta por todo el enjambre (mejor marca global) (ver figura 2.1).

Al comienzo del algoritmo, las partículas se inicializan con posiciones y velocidades aleatorias. En cada iteración, las partículas evalúan sus posiciones utilizando una función objetivo y actualizan tanto su mejor posición personal como la mejor posición global. La velocidad de cada partícula se actualiza en función de su velocidad actual, su mejor marca personal y sus mejores posiciones globales. La fórmula de la actualización de la velocidad de la partícula puede describirse formalmente con la siguiente ecuación:

$$v_i(t + 1) = v_i(t) + r_1 \cdot (W_i^{\text{best}} - W_i(t)) + r_2 \cdot (W_i^{\text{gbest}} - W_i(t)) \quad (1)$$

Donde,

- $v_i(t + 1)$: velocidad nueva de la partícula.
- $v_i(t)$: actual velocidad de la partícula.
- r_1, r_2 : valores aleatorios entre 0 y 1 generados durante el proceso de búsqueda.
- W_i^{best} : mejor posición de cada partícula.
- W_i^{gbest} : mejor posición global de todo el enjambre.

Luego de la actualización de la velocidad de la partícula también es actualizada su posición, para ello se puede usar la siguiente fórmula:

$$W_i(t + 1) = W_i(t) + v_i(t) \quad (2)$$

Donde,

- $W_i(t + 1)$: posición nueva de la partícula.
- $W_i(t)$: posición actual de la partícula.
- $v_i(t)$: actual velocidad de la partícula.

También existen diferentes versiones de las ecuaciones (1) y (2) donde se incluye un componente cognitivo y uno social, comúnmente nombrados como C_1 y C_2 .

El algoritmo normalmente terminará cuando se cumpla un criterio de parada predefinido, como alcanzar un número máximo de iteraciones o lograr una solución satisfactoria. PSO se ha aplicado ampliamente a diversos problemas de optimización, incluida la optimización de funciones, el ajuste de parámetros, la agrupación de datos y el entrenamiento de redes neuronales.

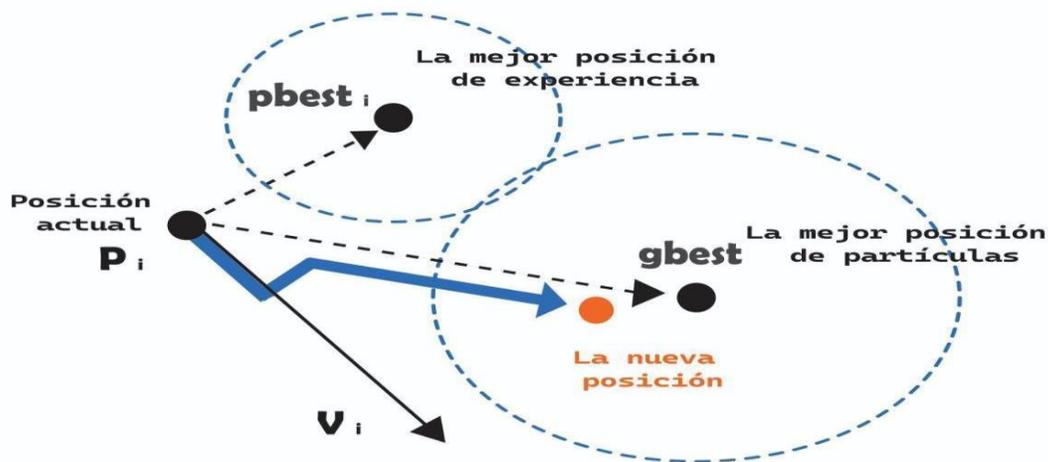


Figura 2.1 Ilustración de optimización de enjambre de partículas

2.1.2.2 Algoritmo Genético (AG):

El Algoritmo Genético (AG) es una técnica de resolución de problemas inspirada en el concepto de evolución. Pertenece a una clase de algoritmos llamados algoritmos evolutivos, cuyo objetivo es encontrar soluciones de alta calidad mediante procesos que se asemejan a la selección natural [17]. El AG fue desarrollado por John Holland en 1988 basándose en la teoría evolutiva de Darwin, y es particularmente útil cuando se trata de problemas de optimización y

búsqueda que carecen de soluciones eficientes predefinidas. Funciona haciendo evolucionar una población de soluciones potenciales, a menudo denominadas individuos o genotipos, hacia mejores opciones a lo largo de generaciones sucesivas. Cada individuo representa una solución al problema y posee determinadas características, también conocidas como genes. Estas características normalmente se codifican como cadenas binarias, aunque son posibles otras codificaciones.

El algoritmo comienza con una población generada aleatoriamente y continúa de forma iterativa. En cada generación se evalúa la aptitud de cada individuo en función de la función objetivo del problema. Luego se seleccionan individuos aptos de la población, generalmente mediante métodos probabilísticos, para que sirvan como padres de la próxima generación. Mediante operaciones de recombinación y mutación, los individuos seleccionados producen descendencia con genes modificados, creando nuevas soluciones candidatas. El proceso continúa hasta que se cumple un criterio de terminación, como un número máximo de generaciones o la consecución de una solución satisfactoria. A lo largo de las iteraciones, la población evoluciona y los individuos se vuelven más adaptados y aptos a los requisitos del problema.

El AG mantiene la población de individuos, donde cada individuo representa una solución potencial. Los individuos se representan como vectores de componentes de longitud finita, correspondiendo cada componente a un gen. Estos genes forman cromosomas y contribuyen a la puntuación general de aptitud física de un individuo, lo que refleja su capacidad para cumplir los objetivos de optimización. Los individuos con puntuaciones más altas de aptitud física tienen

mayores posibilidades de reproducirse, lo que garantiza que el material genético prometedor se transmita a las generaciones futuras. Se busca constantemente soluciones mejoradas con las iteraciones continuas y la selección de individuos aptos. Particularmente, el algoritmo explora y explota el espacio de soluciones, convergiendo gradualmente hacia mejores soluciones. El AG es un enfoque eficaz y ampliamente utilizado para diversos problemas, que ofrece la ventaja de poder manejar escenarios de optimización complejos en los que los algoritmos tradicionales pueden tener dificultades. Los pasos más relevantes de los AG son:

- **Selección:** Es el proceso mediante el cual se eligen soluciones candidatas en base a su rendimiento para resolver un problema específico. Las soluciones con un mejor rendimiento (aptitud) tienen más probabilidades de ser seleccionadas para la reproducción, lo que asegura que las características exitosas se transmitan a las siguientes generaciones.
- **Mutación:** Implica realizar cambios aleatorios en las características de una solución candidata (ver Figura 2.2). Estos cambios introducen diversidad en la población, lo cual es beneficioso ya que permite explorar diferentes áreas del espacio de soluciones y evita que la población se estanque en óptimos locales.
- **Cruce:** Consiste en combinar las características de dos soluciones parentales para crear nuevas soluciones descendientes (ver Figura 2.2). Al combinar características exitosas

de diferentes soluciones, se promueve la creación de soluciones más innovadoras y potencialmente mejores.

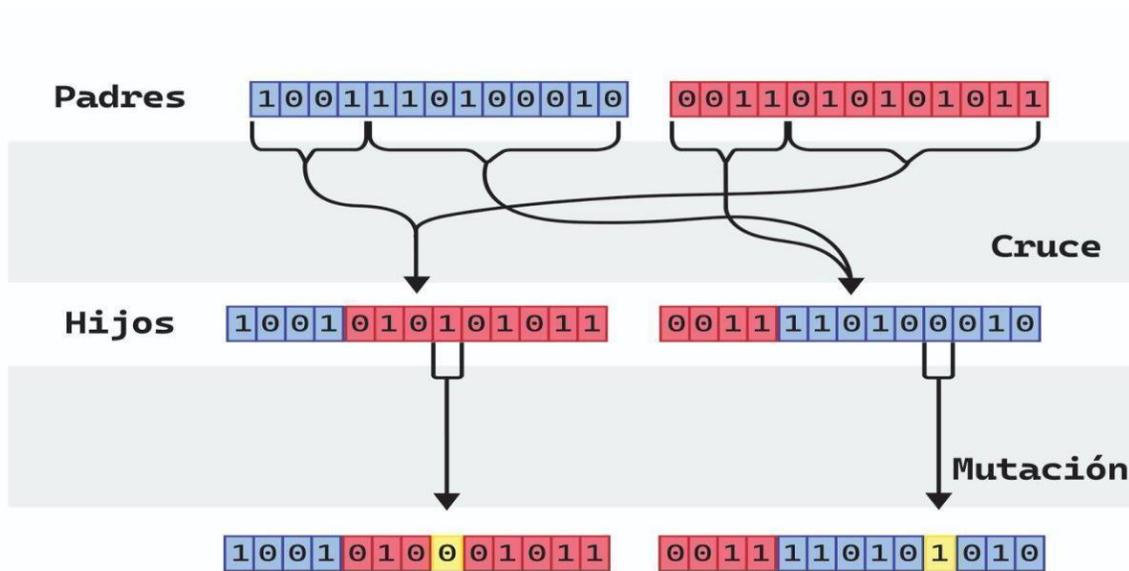


Figura 2.2 Ilustración de cruce y mutación del algoritmo genético

2.2 Análisis prescriptivo

El análisis prescriptivo constituye el enfoque menos explorado de la analítica de datos, siendo asociado a una mayor complejidad de estudio, cuyo resultado es capaz de traducir data histórica en acciones o recomendaciones, permitiendo tener un impacto significativo en diversas áreas como industrial, financiera, médica, etc. Particularmente, haciendo uso de los datos, el análisis prescriptivo se encarga de encontrar y sugerir la mejor estrategia o acción a tomar sobre un determinado problema o situación.

Este tipo de análisis resulta especialmente útil en sistemas de apoyo en la toma de decisiones, siendo considerado un enfoque para alcanzar la toma de decisiones optimizada. Algunas de las técnicas existentes para abordar este enfoque son las siguientes (ver Figura 2.3): redes neuronales, programación dinámica, optimización de enjambre de partículas, algoritmo genético, reglas difusas, algoritmos de reforzamiento, entre otras.

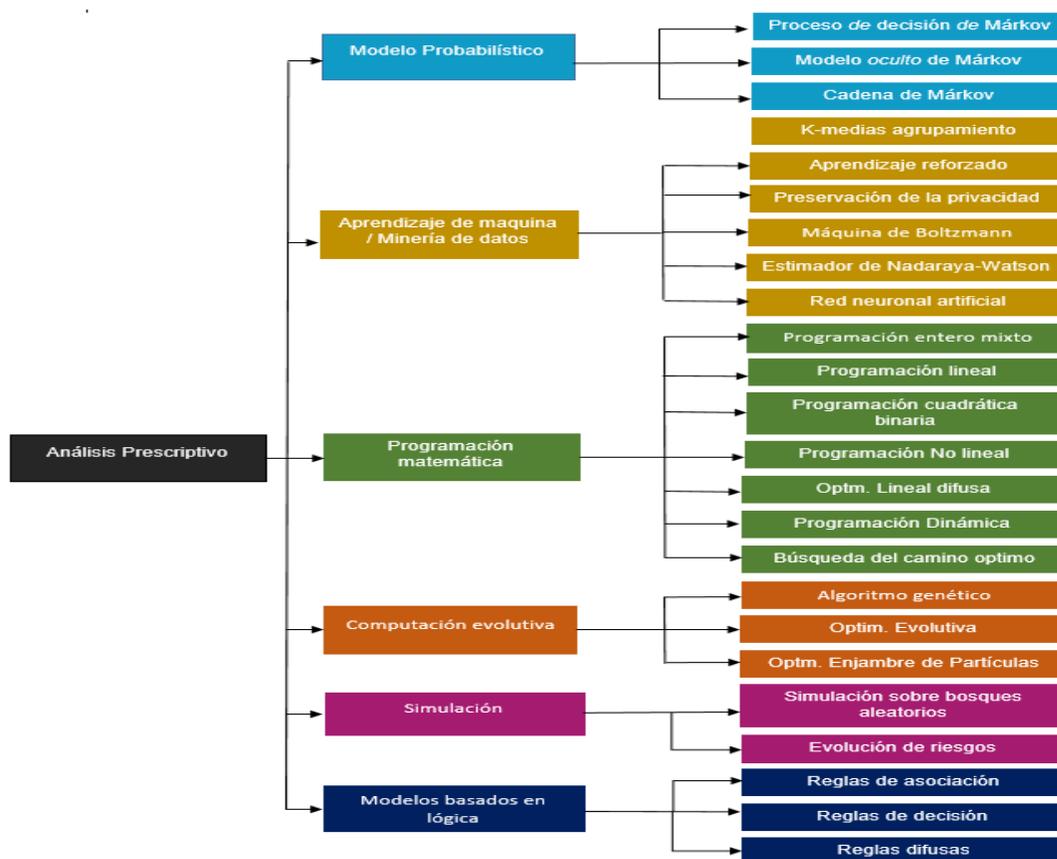


Figura 2.3 Clasificación de los métodos para el análisis prescriptivo de acuerdo a Lepenioti [2]

De acuerdo a la investigación realizada por Lepenioti y colaboradores, también se evidencia una gran cantidad de trabajos asociados al análisis prescriptivo, que adoptan como estrategia no el uso de un solo método, sino una combinación de estos para abordar el problema bajo estudio. Por ejemplo, en la figura 2.4 se aprecia el uso de la simulación y modelos basados en lógica para este tipo de análisis.

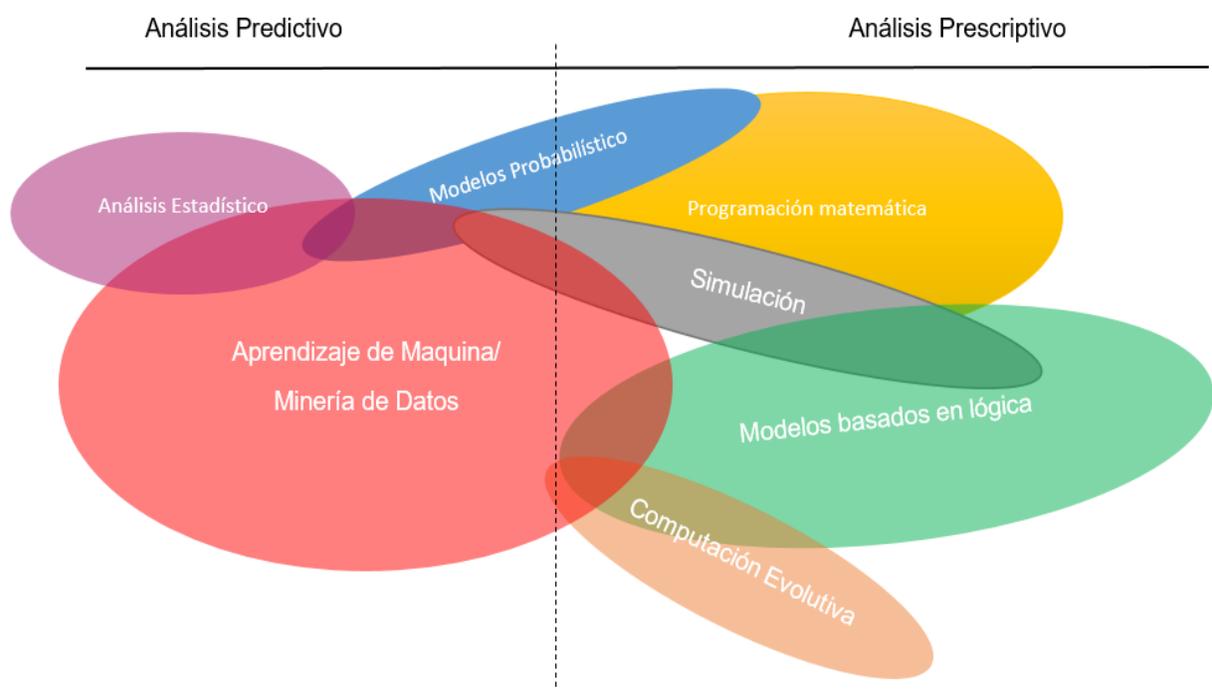


Figura 2.4 Representa la combinación de diferentes enfoques para el análisis prescriptivo y predictivo

Concretamente, en la propuesta realizada por Hoyos y colaboradores [\[7\]](#), la metodología para abordar este tipo de análisis consta de una combinación de FCM y algoritmos metaheurísticos,

en particular, los que buscan soluciones al tratar de imitar el comportamiento de los individuos en la naturaleza, tales como PSO y AG.

2.3 Mapa Cognitivo Difuso (FCM)

Surgen como una extensión de los mapas cognitivos que combinan algunos principios de redes neuronales y lógica difusa [19], y fueron introducidos por Kosko en 1986 [18] como una metodología basada en el conocimiento, la cual puede modelar y representar gráficamente el conocimiento sobre un sistema a través de sus conceptos y sus relaciones de causalidad. La manera en que un FCM representa un sistema es mediante grafos dirigidos, formados por nodos y redes o arcos entre nodos. Los nodos corresponden a conceptos, variables o estados que se consideran de importancia dentro de la dinámica del sistema, por otro lado, los arcos entre nodos representan las relaciones causales o difusas entre estos.

A diferencia de los mapas cognitivos, los FCMs permiten valores difusos o valores que pueden ser representados lingüísticamente con un conjunto difuso, es decir, las redes o arcos que conectan los conceptos obtienen valores en el rango de $[-1,1]$, dichos valores se asocian a pesos que indican el tipo de relación y grado de causalidad entre los conceptos o nodos, demostrando en qué medida un nodo influye en el resto. El peso o valor de 0 en un arco indica que no hay relación entre los conceptos, los valores de 1 y -1 indican relación causal fuerte de un concepto a otro, por otro lado, el signo revela si esa relación es estimulante o inhibidora. Por ejemplo, si un concepto C_i influye sobre otro concepto C_j , con un peso de -1, quiere decir que un aumento

en el concepto C_i resultará en una reducción del valor del concepto C_j . En la figura 2.5 es presentado un ejemplo gráfico de la estructura de un FCM. Concretamente, un FCM se compone de los siguientes elementos [7]:

$$\Omega = \langle n, v, W, f(\dots), r \rangle$$

Donde:

- n : número de nodos o variables (conceptos).
- v : vector con la información de los conceptos.
- W : matriz de pesos de $n \times n$ (siendo n el número de conceptos en el sistema).
- f : función de activación, la cual tiene la particularidad que se encarga de mantener los valores dentro de un rango específico.
- r : rango que se obtiene de acuerdo a la función de activación.

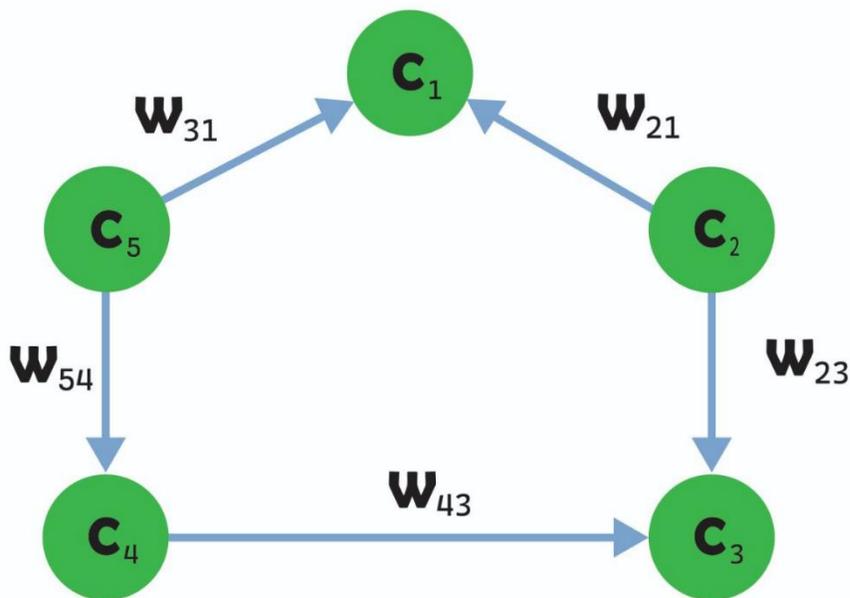


Figura 2.5 Ejemplo de la estructura de un FCM

En la figura anterior, el sistema es modelado con 5 conceptos y la dirección del arco o enlace indica, por ejemplo, que el concepto C_4 influye positivamente sobre el concepto C_3 con un peso de W_{43} . Por otro lado, también es posible representar de forma matricial (W) dichas conexiones y pesos entre los conceptos, la siguiente matriz corresponde al FCM modelado en la figura 2.5:

$$W = \begin{matrix} & \begin{matrix} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ W_{21} & 0 & W_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W_{43} & 0 & 0 \\ W_{51} & 0 & 0 & W_{54} & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Donde, W_{15} se refiere al peso de cómo influye el concepto C_1 sobre el concepto C_5 .

Algunas de las funciones de activación más usadas para los FCMs son las siguientes:

- Función sigmoide:
$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-\lambda(x-h)}} \quad (3)$$

- Función hiperbólica:
$$f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} \quad (4)$$

- Función bivalente:
$$f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases} \quad (5)$$

-
- Función trivalente:

$$f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases} \quad (6)$$

Los FCMs cuentan con características que no solo sirven para describir o representar un estado único del sistema, sino que, además, dada su capacidad iterativa, también permite la simulación del mismo a lo largo del tiempo, logrando ilustrar de forma sencilla el comportamiento dinámico del sistema.

Existen varias estrategias para el aprendizaje de FCM que han sido usadas en la literatura, las cuales fundamentalmente se centran en la mejora/aprendizaje de la matriz de pesos (W). Dichas estrategias son las siguientes [\[24\]](#):

1. *Con expertos*: los cuales a través de su experiencia y conocimiento definen las variables de importancia del sistema y las relaciones causales que hay entre ellas. El procedimiento general consiste en que los expertos asocian las relaciones y valores de los conceptos a términos lingüísticos o difusos, por ejemplo, poco, medio, abundante y mucho, etc. Luego, dichas expresiones se mapean a valores numéricos, comúnmente en el rango de $[-1, 1]$ para las relaciones causales y de $[0, 1]$ para los conceptos. Por ejemplo, si un peso o relación causal es categorizada como media, el valor se puede traducir a un valor de 0,5; si en cambio, la relación se expresa como fuerte, entonces al valor de 0,75, y, -1 para aquella relación designada como muy fuerte, pero que, además, como se mencionó anteriormente, un incremento (disminución) de un concepto C_i que influye en

otro concepto C_j , deriva en una disminución (aumento) de este último concepto, es decir, tienen una relación causal inversamente proporcional.

2. *Con métodos computacionales*: se dividen en dos enfoques principales, la metodología basada en Hebbian, derivada de diferentes modificaciones de la ley de Hebb, la cual utiliza data histórica para iterativamente ir ajustando la matriz de pesos (obtenida en base al conocimiento de expertos) que lleven a que esta converja en un estado de deseado o una región aceptable. Otras alternativas se fundamentan en el uso de algoritmos de aprendizaje, los cuales también son aplicables para la optimización de los FCMs. Usando algoritmos de aprendizaje es posible construir al FCM su matriz de pesos a partir de datos históricos. En este caso, unos de los algoritmos más usados son el PSO y el AG.

Existen diferentes ventajas asociadas al uso de FCM como: aplicabilidad a diferentes áreas, facilidad de representación de sistemas complejos, capacidad de inferencia y simulación dinámica del sistema, las cuales han permitido que su uso se extienda a trabajos en diferentes ámbitos tales como: social [\[20\]](#), salud [\[21\]](#), industrial [\[22\]](#), financiero [\[23\]](#), etc.

Capítulo 3

Marco Metodológico

3.1. PVR-FCM Clásico: Una extensión de los mapas cognitivos difusos para el modelamiento prescriptivo

Esta metodología, llamada PVR-FCM, es presentada en 2023 como parte del trabajo realizado por Hoyos y colaboradores [\[7\]](#), en la cual se propone un nuevo enfoque para generar modelos prescriptivos. Las pruebas realizadas demuestran que PVR-FCM puede ser adaptado a diferentes tipos de problemas. Para lograr todo esto, dicha metodología necesita previamente un FCM, el cual puede ser construido, por ejemplo, usando data histórica y el algoritmo PSO, o con expertos. Este FCM es un modelo predictivo.

En términos generales el procedimiento se basa en el uso de una instancia inicial deseada del sistema, el proceso de inferencia de los FCMs y de algoritmos de optimización para construir el modelo prescriptivo. Particularmente, lo que se busca es determinar los valores ideales de los conceptos del modelo prescriptivo que llevan al sistema a un estado deseado.

Específicamente, un PRV-FCM se compone de una tupla de doce elementos, a diferencia de los FCMs que cuenta de sólo cuatro elementos. La tupla es la siguiente:

$$\psi = \langle n, W, f(\dots), r, v^s, o, v^{nc}, p, v^c, q, v^a, s \rangle$$

Donde los elementos “n,W,f(...),r” corresponden a los cuatro elementos que compone un FCM clásico. Por otro lado, v^s está relacionado a los conceptos del sistema, “o” se refiere al número de conceptos del sistema, v^{nc} son los conceptos no cambiables, “p” número de conceptos no cambiables, “ v^c ” son los conceptos cambiables, “q” número de conceptos cambiables, “ v^a ” conceptos de acción, y por último, s son los número de conceptos de acción.

3.1.1 Etapas de PVR-FCM:

1. Caracterización del FCM

Es donde ocurre la determinación de los conceptos que están presente dentro del problema de estudio que serán útiles para el proceso de prescripción. Estos conceptos se clasifican en dos capas principales, la capa de sistema donde se ubican los conceptos los cuales describen o definen el sistema, los cuales a su vez se discriminan en los conceptos que son cambiables dentro de la lógica del sistema y los que no son modificables; por otro lado, está la capa de acción donde se ubican los conceptos que prescriben, aquellos que al cambiarse causan un efecto en los conceptos del sistema.

Concretamente, un ejemplo de lo anterior dentro del marco metodológico propuesto en PRV-FCM, sería el siguiente: para una enfermedad del sistema biológico los conceptos del sistema

corresponden a los signos y síntomas, edad, y sexo, del paciente. A su vez, esos conceptos del sistema pueden pertenecer a dos categorías: conceptos no cambiables, aquellos que dentro de la lógica del sistema no pueden ser modificados (por ejemplo, la edad del paciente); y conceptos que sí pueden cambiar (por ejemplo, los síntomas del paciente). Por otro lado, los conceptos de acción son aquellos que producen un efecto causal en los conceptos modificables (para este ejemplo en particular, podrían ser: analgésicos, esteroides, etc.). En la siguiente figura se puede observar un FCM categorizado en dos capas, la capa de acción que representa los conceptos en verde, y la capa del sistema representada por el concepto no cambiable (en rojo) y los conceptos cambiables (en color azul).

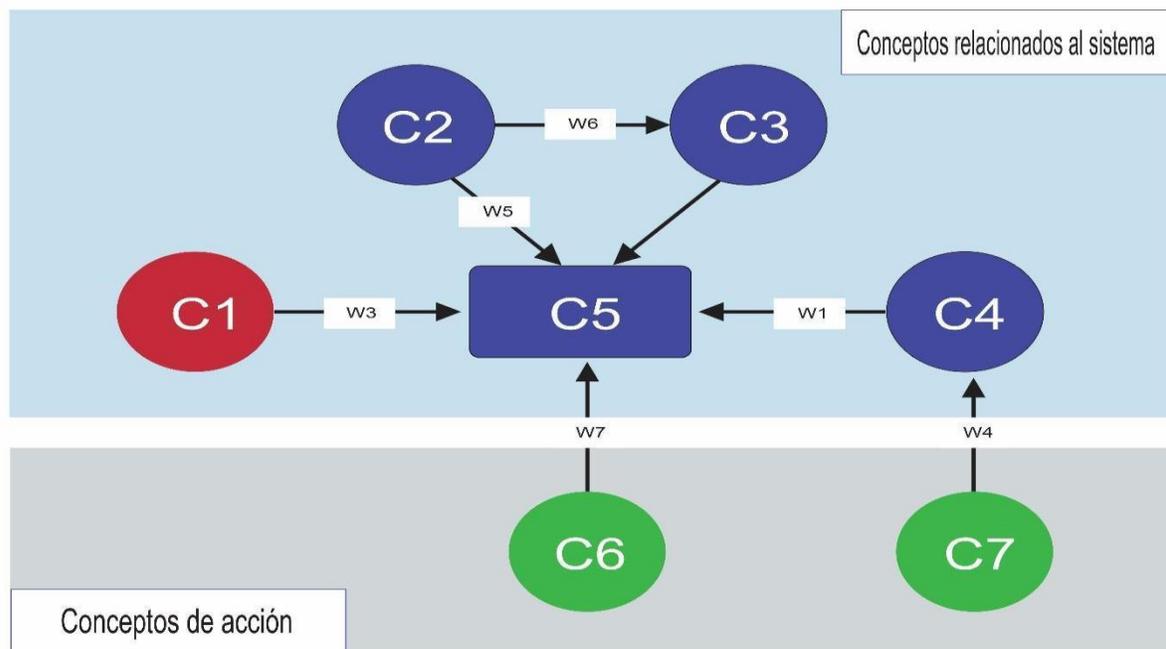


Figura 3.1 Ejemplo de la clasificación en dos capas de un FCM usado para PVR-FCM.

2. Creación de instancias iniciales del sistema

Esta etapa corresponde a la entrada del método PVR-FCM. Dicha entrada se forma con el vector $v^s(0)$, este vector contendrá los valores que el tomador de decisiones desea para los conceptos del sistema, y serán usados para encontrar los valores de los conceptos de acción que conduzcan a ese estado deseado del sistema.

El vector $v^s(0)$ está conformado de la siguiente manera:

$$v^s(0) = \begin{bmatrix} v_i^s(0) \\ \cdot \\ \cdot \\ v_o^s(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_i^{nc}(0) \\ \cdot \\ \cdot \\ v_p^{nc}(0) \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} v_i^c(0) \\ \cdot \\ \cdot \\ v_q^c(0) \end{bmatrix} \quad (7)$$

3. Proceso de inferencia y optimización

En esta fase se busca determinar los valores ideales en los conceptos de acción que conducen a los valores deseados en los conceptos cambiables del sistema.

Para ello, en PVR-FCM se hace uso del AG y del proceso de inferencia de los FCMs. Primeramente, se necesita conocer los valores deseados de los conceptos del sistema, es decir, el vector $v^s(0)$, la condición de parada para evitar un bucle infinito, la matriz de pesos W del FCM predictivo, las dimensiones del vector v^a y la función de adecuación. El procedimiento comienza estableciendo para el AG el valor de 0 en el contador de generaciones y generando una población aleatoria de individuos, donde cada individuo es un posible vector de los conceptos de acción; así, cada individuo representa una posible solución (grupo de acciones a realizar). Un ejemplo de este vector v^a sería el siguiente:

$$v^a(0) = \begin{bmatrix} v_i^a(0) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ v_s^a(0) \end{bmatrix} \quad (8)$$

Luego, el siguiente paso corresponde a evaluar a cada individuo. Para eso se usa el modelo predictivo basado en FCM como función de evaluación. Particularmente, el FCM realiza un proceso de inferencia para evaluar el efecto de las acciones sobre los conceptos del sistema. Para este proceso de inferencia es utilizada la operación producto punto entre la matriz de pesos W y el vector de PVR-FCM $v(0)$, definido por $v^a(0)$ (individuo) combinado con el vector $v^s(0)$ obtenido previamente en la etapa anterior. El resultado de la operación producto punto entre W y el vector $v(0)$ se realiza iterativamente hasta que se estabiliza, y su vector final, v_{final} , se divide entre el vector de acción v^{a^*} y vector del sistema, v^{s^*} ; este último vector es el usado en la función fitness o de adecuación para evaluar la proximidad de los valores de v^{s^*} obtenidos como resultado de la inferencia y los valores deseados $v^s(0)$. El proceso continúa con las operaciones de cruce y mutación del AG aplicados al vector v^a , con el objetivo de generar una nueva población, y así comenzar el mismo procedimiento consecutivamente hasta que se la condición de parada se cumpla. En la figura 3.2 se puede observar una ilustración general del proceso realizado en PVR-FCM.

En la literatura se conocen varias ecuaciones de inferencia usadas en los FCMs:

$$\text{Kosko: } v_j(t+1) = f\left(\sum_{i=1, i \neq j}^n W_{ij} v_i(t)\right) \quad (9)$$

$$\text{Kosko modificado: } v_{j(t+1)} = f\left(\sum_{i=1, i \neq j}^n v_j + W_{ij}v_i(t)\right) \quad (10)$$

La diferencia entre las ecuaciones (9) y (10) radica en que la primera no incluye el valor del concepto en la iteración previa y la última ecuación si lo incluye.

Por otro lado, un ejemplo del v_{final} en PVR-FCM usando la ecuación (9) sería el siguiente:

$$v_{\text{final}} = f\left(\sum_i^m W \cdot v(t)\right) \quad (11)$$

Existen diferentes funciones fitness o de adecuación, pero entre las más comunes tenemos:

Kosko prescriptivo

$$F = \left| f\left(\sum_{i=1, i \neq j}^n W_{ij} \cdot v_i^s\right) - f\left(\sum_{i=1, i \neq j}^n W_{ij} \cdot v_i^{\hat{s}}\right) \right| \quad (12)$$

Kosko prescriptivo modificado

$$F = \left| f\left(\sum_{i=1, i \neq j}^n v_j^s + W_{ij} \cdot v_i^s\right) - f\left(\sum_{i=1, i \neq j}^n v_j^{\hat{s}} + W_{ij} \cdot v_i^{\hat{s}}\right) \right| \quad (13)$$

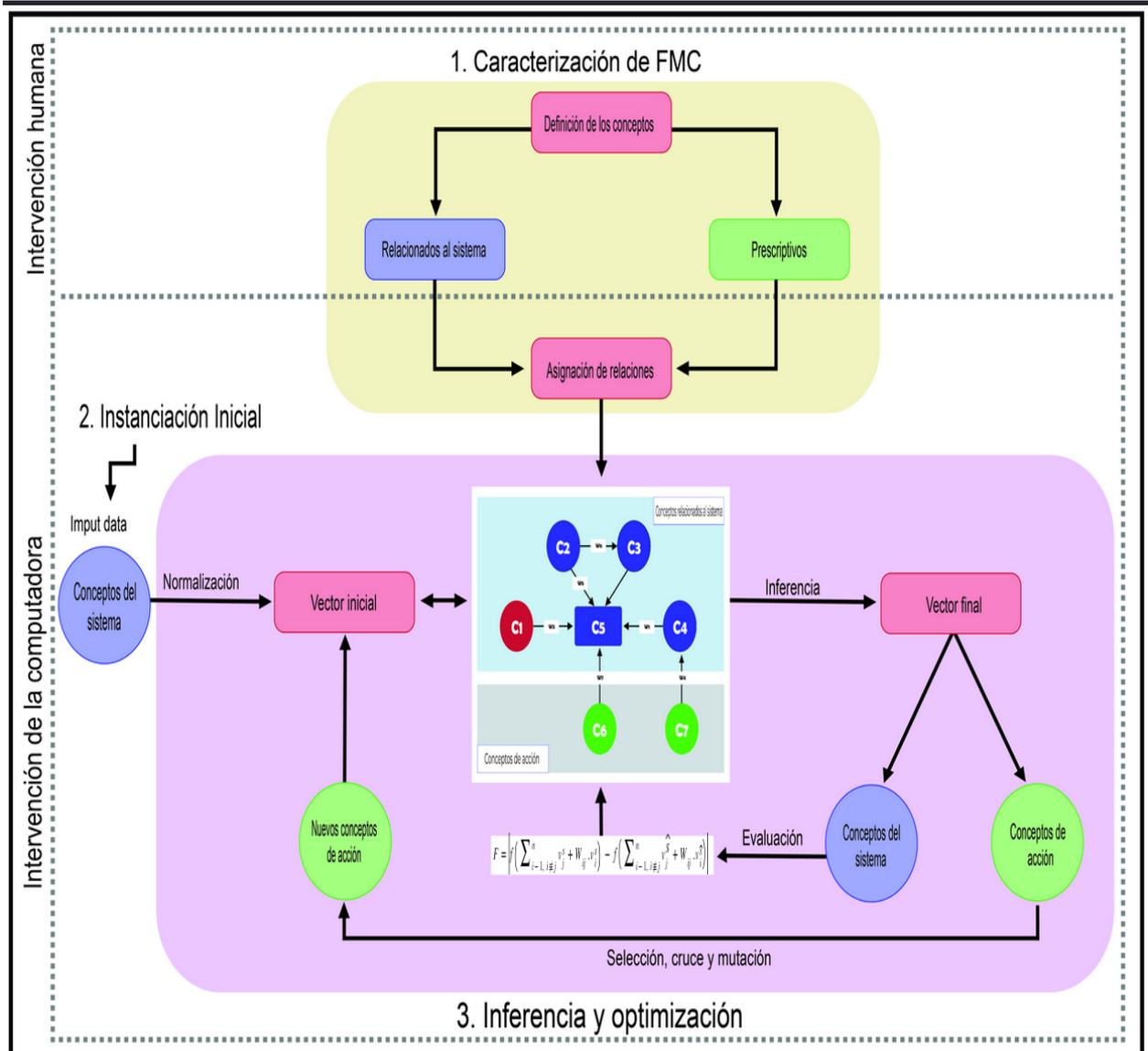


Figura 3.2 Ilustración general del procedimiento de PVR-FCM

3.2. Extensión de PVR-FCM: Mapas cognitivos difusos multinivel para el modelamiento prescriptivo

En la propuesta inicial metodológica PRV-FCM de Hoyos, se construye un solo FCM haciendo uso del algoritmo de aprendizaje PSO. Este mapa que se obtiene es construido de forma general con todos conceptos del problema que modela, los cuales, en la etapa 1 son caracterizados en dos capas, la capa de los conceptos del sistema y la capa de los conceptos de acción. Esto evidencia la presencia de dos tipos de conocimientos que interactúan en un mismo FCM, haciendo ideal el uso de los mapas cognitivos difusos multinivel (FCMM), una extensión del FCM que puede mejorar su capacidad para representar situaciones complejas. Esta extensión permite el uso de múltiples FCM para el mismo problema, cada uno de los cuales expresa un nivel diferente de conocimiento sobre el sistema. Estos FCM están interconectados, creando una estructura multicapa donde las variables de un nivel dependen de las de otros niveles. Este enfoque enriquece el proceso de modelado al facilitar el flujo de información entre capas, lo que nos permite derivar conocimientos sobre conceptos de una capa a otra [\[25\]](#). Se propone entonces, el uso de FCMM con el objetivo de entrenar/construir el FCM a partir de dos capas; primeramente, un FCM con los conceptos del sistema, y luego, otro FCM que tendrá incorporado la capa de acción.

En concreto, el desarrollo de nuestra propuesta está enmarcado en dos partes principales: *entrenamiento del FCM basado en los conceptos del sistema para PVR-FCM* que define el modelo predictivo, y la *construcción del modelo prescriptivo para PVR-FCM con los conceptos de acción*.

3.2.1 Entrenamiento del FCM predictivo para PVR-FCM

El proceso comienza por definir el FCM con los conceptos del sistema y el concepto a predecir. Posteriormente, se entrena el FCM con el conjunto de datos original de cada caso de estudio, dividiéndolos de forma aleatoria en un 70% para entrenamiento y validación, y un 30% para prueba. Ahora bien, es bueno recalcar que de los conjuntos de datos se seleccionan los subconjuntos de los datos que consta solo de los datos de los conceptos del sistema más el concepto clase (objetivo a predecir). Con ellos se construye el primer FCM correspondiente al modelo predictivo. Finalmente, se realiza un proceso de validación manual, donde la relaciones que no tengan sentido dentro de la lógica del sistema son eliminadas (por ejemplo, no debe existir una relación de casualidad o influencia del concepto clase hacia otro concepto del sistema). Ese FCM es entrenado con el algoritmo PSO disponible en la herramienta de FCMExpert, siendo ese primer FCM la primera capa del FCMM.

3.2.2 Entrenamiento del FCM prescriptivo para PVR-FCM

Al FCM obtenido como resultado del primer entrenamiento (FCM predictivo), se le agregan los conceptos de acción con valores en un principio aleatorios. Posteriormente se inicia el proceso de entrenamiento del segundo FCM dejando fijo los pesos obtenidos del primer entrenamiento, con el objetivo de que no varíen durante el segundo proceso de entrenamiento. Este segundo entrenamiento usa esta vez el conjunto de datos con todos los conceptos (incluyendo los de acción), y nuevamente se usa el algoritmo PSO para entrenar solo pesos de

los conceptos de acción. De esta manera, se obtiene la segunda capa del FCMM, con este segundo FCM que representa el modelo prescriptivo.

El algoritmo 1 describe en forma de pseudocódigo de la versión FCMM de PVR-FCM propuesta en este trabajo. Los pasos 1 y 2 son de preparación de datos, y 3 de construcción del primer FCM. El resto de pasos es de construcción del segundo FCM. Un ejemplo ilustrativo se muestra en las figuras 3.3 y 3.4, la primera representa el primer FCM entrenado con solo conceptos del sistema. La figura 3.4 representa el FCM de la segunda capa resultado del segundo entrenamiento, que constituye con el primer FCM el FCM multinivel. Recordemos que los pesos de la primera capa permanecieron fijos en este segundo nivel, y solo se entrenan los pesos para los conceptos de acción.

Algoritmo 1: Versión multinivel de PVR-FCM (FCMM-PVR-FCM)

Entrada: dh = conjunto de datos históricos, ca = conceptos de acción

Salida: FCMM = FCM multinivel

comienzo:

1 Dividir dh aleatoriamente en 70% para entrenamiento y validación, y 30% para prueba = *total_dh_70, total_dh_30*

2 Tomar de dh un subconjunto que solo contenga los datos de las variables del sistema y la variable clase = *sistema_dh_70, sistema_dh_30*

3 Entrenar los pesos de *FCM_nivel1 (modelo predictivo)*, usando la data *sistema_dh_70, sistema_dh_30* y el algoritmo PSO con *FCMExpert = FCM_nivel1*

4 Fijar los pesos de *FCM_nivel1* con el fin de que estos no varíen durante el nuevo entrenamiento

5 Construir *FCM_nivel2 (modelo prescriptivo)* agregando los conceptos de acción **ca** a *FCM_nivel1*

6 Entrenar en *FCM_nivel2* los pesos agregados anteriormente (**ca**), esta vez usando la data *total_dh_70*, *total_dh_30* y PSO

7. Modelo final **FCMM=FCM_nivel1+ FCM_nivel2**

fin

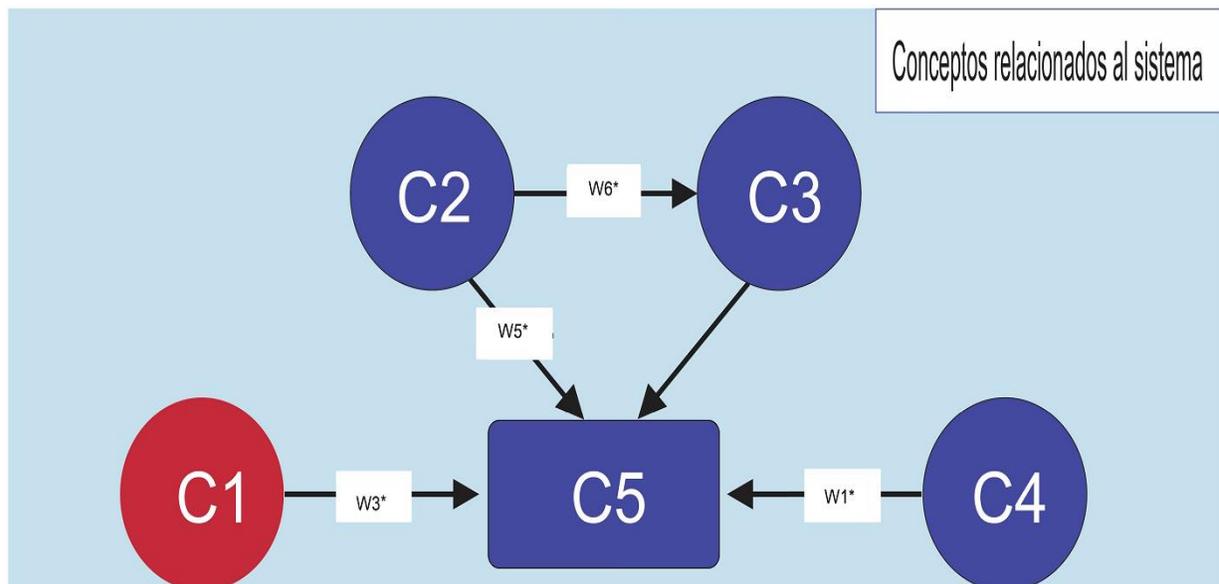


Figura 3.3 Representa un ejemplo de un FCM nivel 1 creado con los conceptos del sistema.

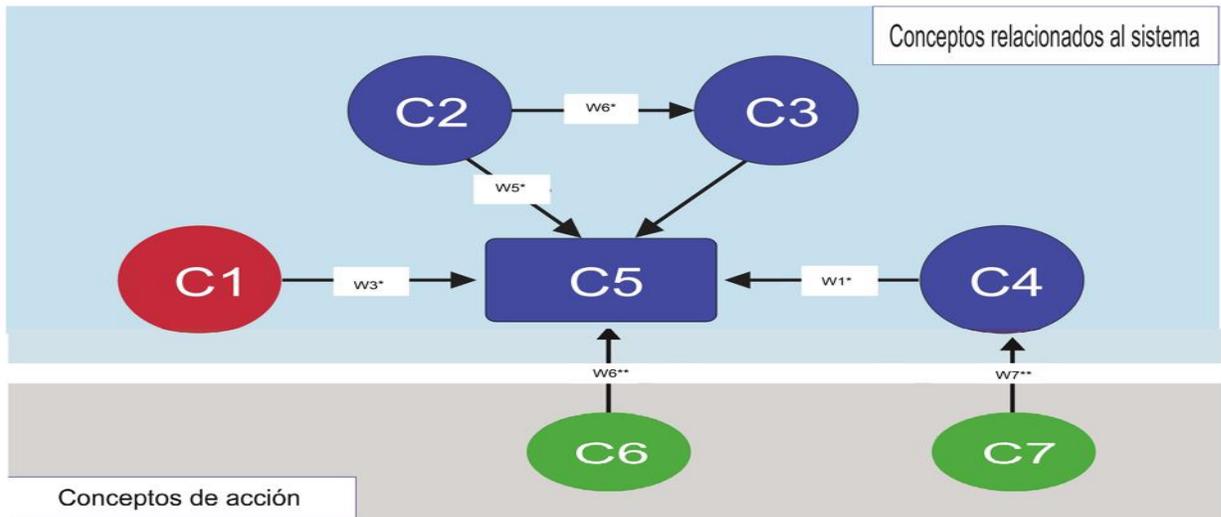


Figura 3.4 Representa el FCM multinivel creado usando dos etapas de aprendizaje.

Capítulo 4

Implementación del proyecto

En este capítulo se presenta la parte experimental del trabajo. Para ello, se presentan los diferentes conjuntos de datos objeto de estudio, las métricas usadas para evaluar el desempeño de los resultados, los pasos seguidos para construir el FCM en dos fases de aprendizaje, y finalmente, los resultados tanto para la parte predictiva del modelo como para la prescriptiva.

4.1 Métricas de calidad

Con el objetivo de comparar este trabajo con el realizado por Hoyos y colaboradores en la versión clásica de PVR-FCM, son usadas las mismas métricas de exactitud, MAE, MSE y RMSE, pero además también fueron añadidas algunas otras para evaluar la calidad de modelo como: Precisión, recall, Medida-F.

- **Exactitud:**

Es una medida que nos indica qué tan correcto es el modelo al predecir las etiquetas de los datos (clases).

$$\text{Accuracy} = \frac{TP + TN}{TP + FN + FP + TN}$$

Donde:

Tasa TP: Verdaderos positivos

Tasa FP: Falsos positivos

Tasa TN: Verdaderos negativos

Tasa FN: Falsos negativos

- **Precisión**

Es una medida que indica la proporción de ejemplos positivos correctamente identificados (verdaderos positivos) en relación con todos los ejemplos clasificados como positivos (verdaderos positivos: TP y falsos positivos: FP).

$$\text{Precisión} = \frac{TP}{TP + FP}$$

- **Recall**

El recall (también conocido como sensibilidad o tasa de verdaderos positivos) es la medida de qué tan bien un modelo puede identificar todas las muestras positivas. Un alto recall indica que hay pocos falsos negativos.

$$\text{Recall} = \frac{TP}{TP + FN}$$

- **Medida-F**

La medida-F es una métrica que combina tanto la precisión como el recall en un solo valor. Es útil cuando se busca encontrar un equilibrio entre estas dos medidas en un problema de clasificación.

$$\text{Medida F} = 2 \times \frac{\text{precision} \times \text{recall}}{\text{precision} + \text{recall}}$$

- **MAE** (Error Absoluto Medio):

Es una medida que indica el promedio de la magnitud de los errores las predicciones

$$\text{MAE} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |v_i^a - \hat{v}_i^a|$$

- **RMSE** (Error Cuadrático Medio):

Es otra medida del error en las predicciones, similar al MAE, pero penalizando los errores más grandes con mayor peso.

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (v_i^a - \hat{v}_i^a)^2} = \sqrt{\text{MSE}}$$

- **MSE** (Error Cuadrático Medio):

Es una medida del error promedio al cuadrado entre las predicciones y los valores reales.

$$\text{MSE} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (v_i^a - \hat{v}_i^a)^2$$

4.2 Especificación de los casos de estudio

Con el objetivo de validar la extensión propuesta para PVR-FCM, serán utilizados tres de los cuatros conjuntos de datos analizados en la investigación realizada por Hoyos y colaboradores

[7]. Cabe destacar que en dicha investigación también se detalla la muy baja disponibilidad de conjuntos de datos con variables o conceptos de naturaleza prescriptiva. Es por tanto que para dos casos de estudio (vino y diabetes) se utiliza el enfoque de asumir ciertas variables relacionadas al sistema como “prescriptivas”. Para seleccionar dichas variables se tienen en cuenta aquellas que pueden ser modificadas por conceptos de acción pero que no están presentes dentro del conjunto de datos usado; en este caso particular, el modelo se asociaría más a un sistema recomendador que a uno prescriptivo.

4.2.1 Conjuntos de datos de Vino tinto

Para este caso de estudio es utilizado el conjunto de datos disponible en UCI ML (Cortez et al., 2009). Su contenido está asociado a la calidad del vino tinto evaluada por unos expertos, y se compone por 1599 registros con 11 variables fisicoquímicas (ver tabla 1), más la variable clase del vino. Para asegurar el mayor nivel de comparación entre los resultados en el trabajo realizado por Hoyos y los obtenidos en este trabajo, es usado el mismo conjunto de datos, el cual se encuentra normalizado a solo valores entre 0 y 1, y categorizado de diez tipos de clases de vino originalmente a solo dos (1, 0). Esa categorización es basada en la asignación de clase baja (0), para una calidad del vino inferior o igual a 5, y clase alta (1) para una calidad superior a 5, obteniendo, así como resultado 855 registros de vino de clase alta y 744 de baja.

Tabla 1.

Características incluidas en el conjunto de datos del vino.

Característica	Concepto	Tipo de concepto
Acidez fija (g(tartárico ácido)/dm ³)	C ₁	Sistema
Acidez volátil (g(ácido acético)/dm ³)	C ₂	Sistema
Ácido cítrico (g/dm ³)	C ₃	Sistema
Azúcar residual (g/dm ³)	C ₄	Sistema
Cloruros (g(sodio cloruro)/dm ³)	C ₅	Prescriptivo
Dióxido de azufre libre (mg/dm ³)	C ₆	Sistema
Dióxido de azufre total (mg/dm ³)	C ₇	Prescriptivo
Densidad (g/cm ³)	C ₈	Sistema
PH	C ₉	Sistema
Sulfatos (g(potasio sulfato)/dm ³)	C ₁₀	Sistema
Alcohol (vol.%)	C ₁₁	Sistema

4.2.2 Conjuntos de datos de Diabetes

Este caso de estudio pertenece al campo de la salud y está asociado a registros sobre la enfermedad de diabetes que están disponibles en la base de datos sobre diabetes de los indios Pima del Instituto Nacional de Diabetes y Enfermedades Digestivas y Renales (Smith et al., 1988). El conjunto posee ocho variables que representan la enfermedad, más la variable clase ligada a si el paciente es negativo para diabetes (0) o no (1). Igualmente, también serán utilizados los datos que fueron usados en PRV-FCM, los cuales tienen equilibrados sus clases y

normalizados los valores, lo que dio lugar a 500 registros de pacientes de clase 0 y 500 de clase 1. En la siguiente tabla se puede observar las variables de interés para este caso de estudio.

Tabla 2.

Características incluidas en el conjunto de datos sobre diabetes

Característica	Concepto	Tipo de concepto
Número de veces embarazada	C ₁	Sistema
Glucosa plasmática concentración a 2 h en una prueba de tolerancia oral a la glucosa	C ₂	Prescriptivo
Presión arterial diastólica (mmHg)	C ₃	Prescriptivo
Grosor del pliegue cutáneo del tríceps (mm)	C ₄	Sistema
Insulina sérica de 2-h (muU/ml)	C ₅	Sistema
Índice de masa corporal (peso en kg/(altura en m) ²)	C ₆	Sistema
Función del pedigrí de la diabetes (familiar y antecedentes genéticos)	C ₇	Sistema
Edad (Años)	C ₈	Sistema

4.2.3 Conjuntos de datos de Rendimiento estudiantil

El último caso de estudio si contiene variables propiamente prescriptivas y su data corresponde al campo académico. La información es tomada del sistema de gestión de aprendizaje llamado K360, que permite a los estudiantes acceso a recursos educativos en línea. La data se divide en dieciséis variables de categorías entre académicas, demográficas y

conductuales. Además del tratamiento de los datos para poder ser usado por PVR-FCM (equilibrado de las clases y normalización), también se desestimó la variable de lugar de nacimiento dada su alta correlación con la variable nacionalidad. Es por ello que el conjunto final usado en las pruebas contiene quince variables características del sistema (ver tabla 3), más la variable de clase. Esta última está asociada a si el estudiante tiene una nota mayor o igual a 70, lo cual lo ubica en la clase 1, y clase 0 en el caso contrario. En total, en PVR-FCM se obtuvieron 353 registros para cada clase, los cuales serán usados en este trabajo.

Tabla 3.

Características incluidas en el conjunto de datos sobre el rendimiento estudiantil

Característica	Tipo de característica	Concepto	Tipo de concepto	Categorías
Género	Demográfica	C ₁	Sistema	Masculino, Femenino
Nacionalidad	Demográfica	C ₂	Sistema	Kuwait, Líbano, Egipto, Arabia Saudita, Estados Unidos, Jordania, Venezuela, Irán, Túnez, Marruecos, Siria, Palestina, Irak, Libia.
Nivel educativo	Académica	C ₃	Sistema	Nivel inferior, Escuela secundaria, Preparatoria
Año de Estudio	Académica	C ₄	Sistema	01, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09, 10, 11, 12
Salón de Clases	Académica	C ₅	Sistema	A, B, C
Materia	Académica	C ₆	Sistema	Inglés, Español, Francés, Árabe, Tecnologías de La Información, Matemáticas, Química, Biología, Ciencia, Historia, Corán, Geología

Semestre	Académica	C ₇	Sistema	Primero, Segundo
Padre	Académica	C ₈	Sistema	Madre, Padre
Manos levantadas	Conductual	C ₉	Prescriptivo	
Recursos visitados	Conductual	C ₁₀	Prescriptivo	
Anuncios vistos	Conductual	C ₁₁	Prescriptivo	
Discusión grupal	Conductual	C ₁₂	Prescriptivo	
Padre respondiendo la encuesta	Conductual	C ₁₃	Sistema	Sí, No
Satisfacción del Padre con la escuela	Conductual	C ₁₄	Sistema	Sí, No
Días de ausencia	Conductual	C ₁₅	Sistema	Sobre-7, Bajo-7

4.3 Entrenamiento de FCM multinivel para PVR-FCM

En cada caso de estudio se sigue el procedimiento descrito en el Algoritmo 1, el cual es plasmado en dos fases, uno correspondiente al FCM de la primera capa con solo los conceptos del sistema (modelo predictivo), y el FCM de la siguiente capa obtenido como resultado del segundo entrenamiento (modelo prescriptivo). Por otro lado, en cada caso de estudio se probaron diferentes funciones de activación (sigmoide, hiperbólica, bivalente, etc.) para construir el FCMM.

4.3.1 Conjuntos de datos de Vino tinto

- **FCM Nivel 1**

El subconjunto formado por los conceptos del sistema (CS) para este caso son: $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_7, C_9, C_8, C_9, C_{10}, C_{11}$. Siguiendo el procedimiento descrito por el **Algoritmo 1**, se obtuvo como resultado el FCM de la figura 4.1, formado por 10 nodos, es decir los 9 conceptos del sistema y el concepto clase, con pesos entrenados a partir de la data histórica y el algoritmo PSO.

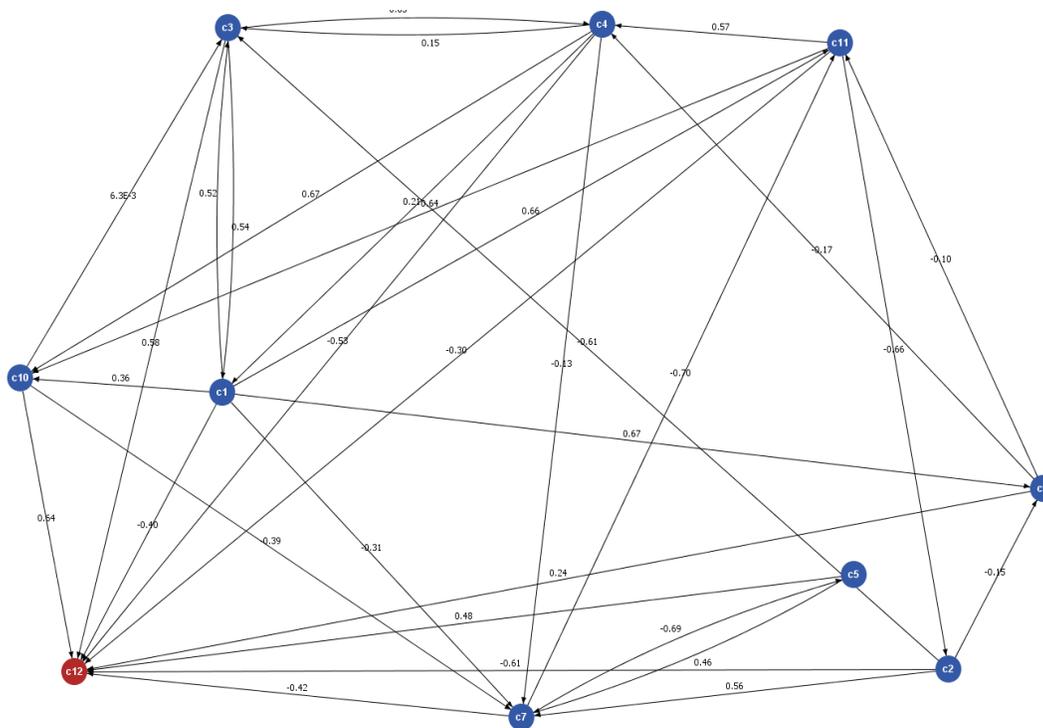


Figura 4.1 FCM nivel 1 obtenido para conjunto de datos Vino tinto

- **FCM nivel 2**

Son agregados los conceptos: C_6, C_8 , que como se menciona anteriormente, no son conceptos propiamente prescriptivos o de acción, pero son tomados como tales dado que el conjunto de datos no cuenta con variables de dicho tipo, y, además, cumplen la restricción de que no son afectados por la influencia de otros conceptos. Como es de esperarse, el resultado del entrenamiento solo afecta a estos conceptos, como se puede ver en la figura 4.2, donde ahora el FCMM está formado por doce conceptos incluyendo el concepto clase. A su vez, se observa que los pesos de los conceptos del nivel 1 permanecen iguales.

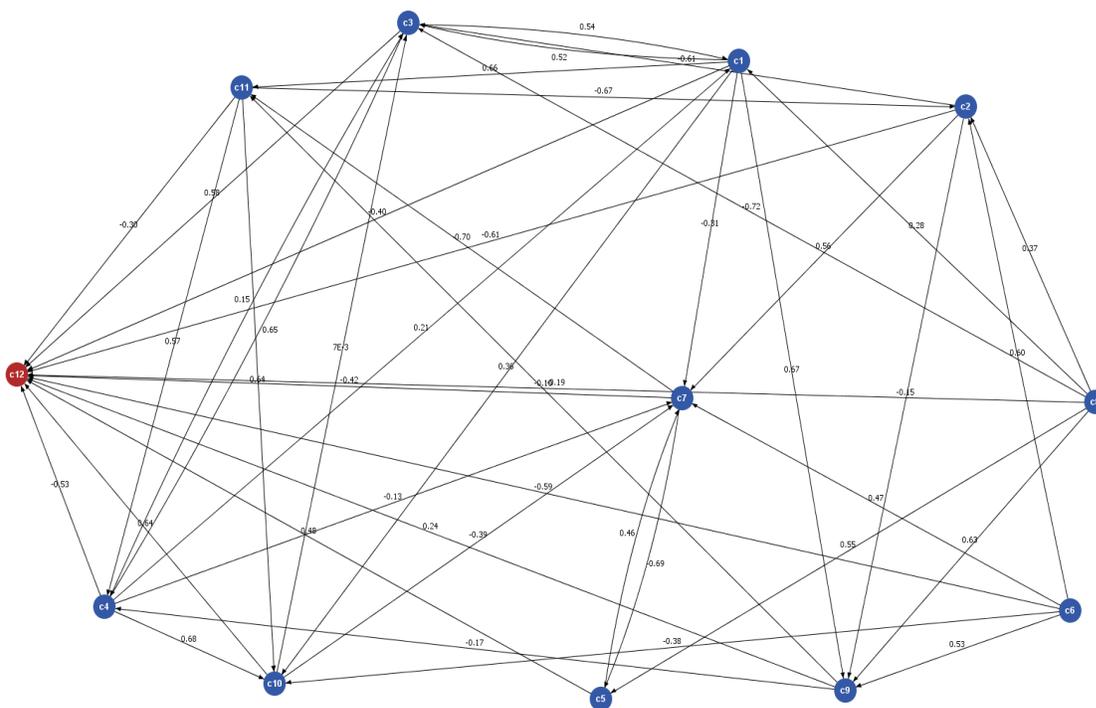


Figura 4.2 FCM multinivel obtenido para conjunto de datos Vino tinto

4.3.2 Conjuntos de datos de Diabetes

- **FCM Nivel 1**

Como se puede ver en la tabla 2, para este nivel son tomados los conceptos: C_1 , C_4 , C_5 , C_7 , C_9 , C_8 , más el concepto clase C_9 . Nuevamente, siguiendo el procedimiento descrito en el **Algoritmo 1**, se obtuvo como resultado el FCM ilustrado en la figura 4.3.

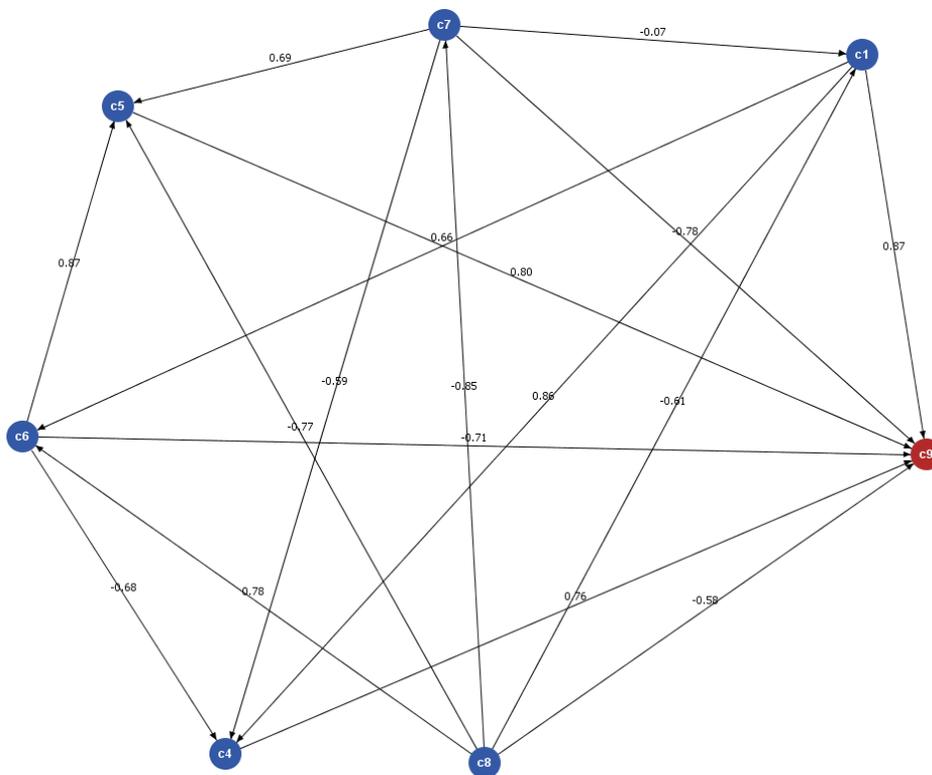


Figura 4.3 FCM nivel 1 obtenido para conjunto de datos Diabetes

- **FCM nivel 2**

Al agregar los conceptos de “acción” del conjunto de datos de Diabetes: C_2 y C_3 , se realiza el segundo entrenamiento de acuerdo a los pasos descritos en el **Algoritmo 1**.

Esto da lugar al FCM multinivel de la figura 4.4, donde los pesos de los conceptos del nivel 1 permanecen iguales.

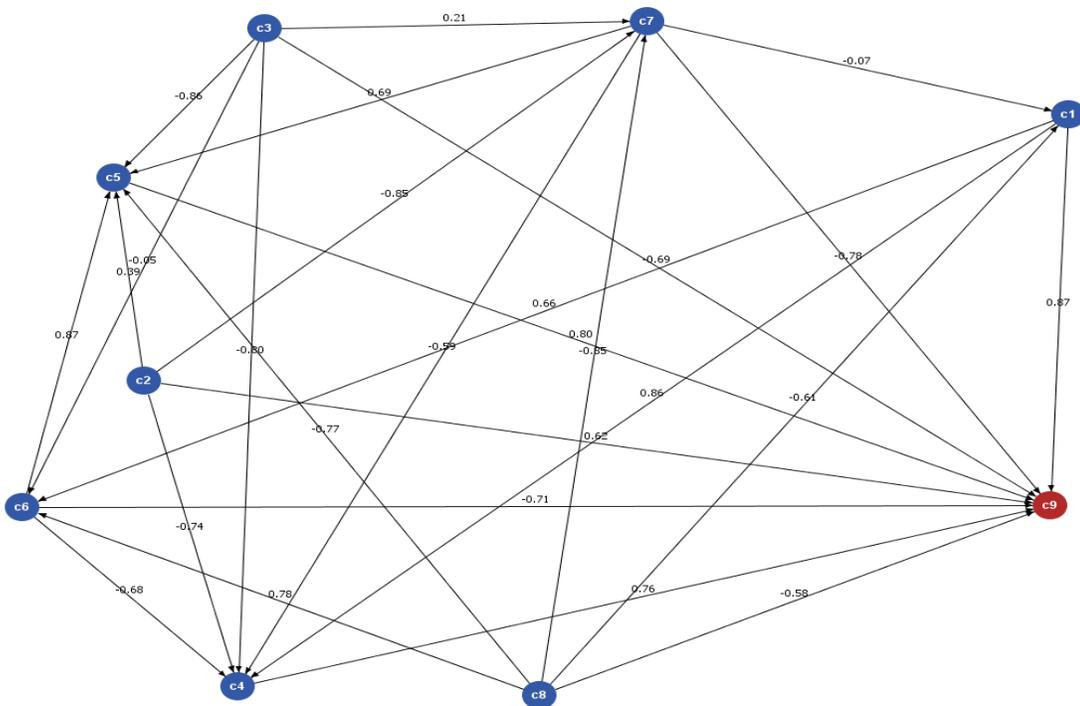


Figura 4.4 FCM multinivel obtenido para conjunto de datos Diabetes

- **FCM nivel 2**

Esta vez, el conjunto de datos si cuenta con cuatro conceptos de acción: $C_9, C_{10}, C_{11}, C_{12}$, los cuales son agregados al FCM construido para el nivel 1. Finalmente, dicho mapa (con pesos fijos para los conceptos del sistema) es entrenado para así obtener el FCMM ilustrado en la figura 4.6, el cual representa los dos niveles de conocimientos del problema bajo estudio, donde se mantienen los valores de los pesos de la capa 1.

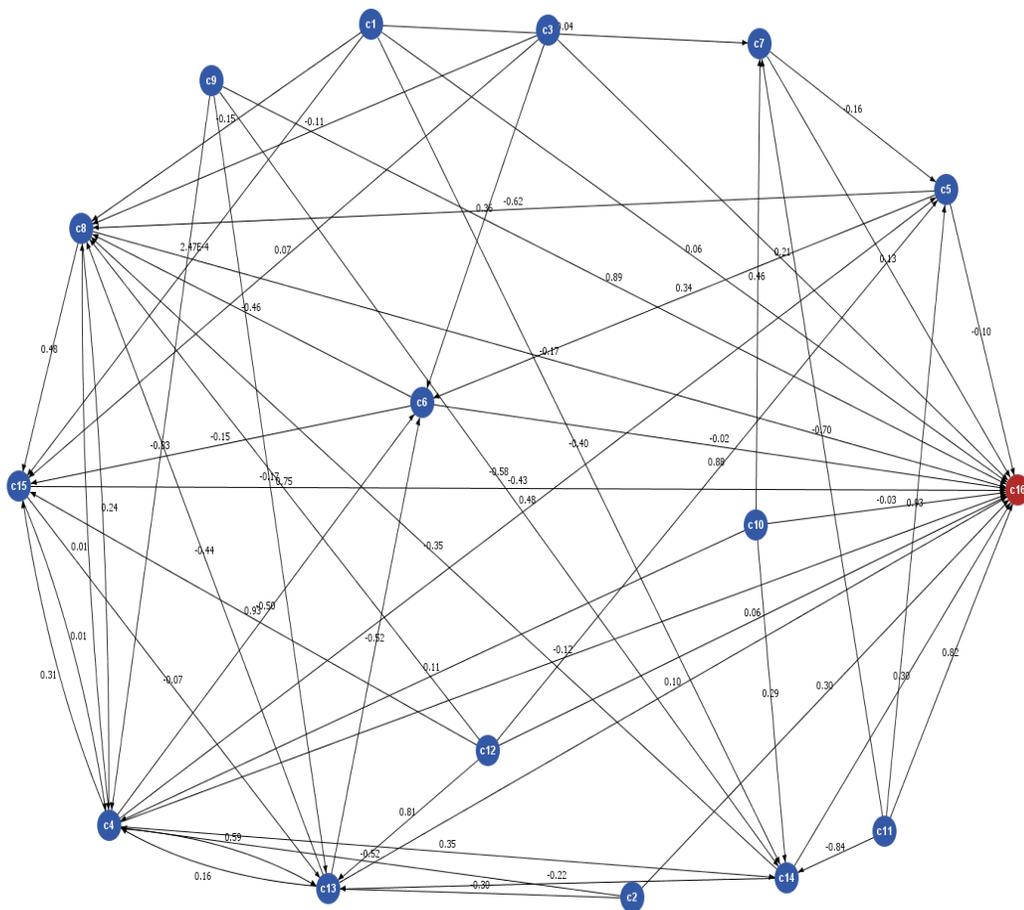


Figura 4.6 FCM multinivel obtenido para conjunto de datos Rendimiento Estudiantil

4.4 Resultados

Esta sección corresponde a los resultados obtenidos tanto de la parte predictiva como prescriptiva. En el caso de la predictiva, se evalúa la capacidad de clasificar los datos del 30% que nunca ha visto antes. Por otro lado, para la parte prescriptiva se evalúa la calidad de los valores de los conceptos de acción que conducen al sistema a un estado deseado, igualmente, usando el conjunto de prueba que nunca ha visto el modelo.

4.4.1 Conjunto de datos vino tinto

4.4.1.1 Modelo Predictivo

El FCMM construido para este caso de estudio, el cual es mostrado en la figura 4.2, logró un resultado de 74% de exactitud en la clasificación de vino, como se puede observar en la figura 4.7. Dicho resultado representa una mejora del 3% con respecto al resultado obtenido usando el PVR-FCM clásico. Por otro lado, también refleja un aumento del porcentaje de éxito con respecto al obtenido en los modelos de los trabajos de Kumar et al. (2020) y Laughter and Omari (2020), cuyos modelos de predicción de la calidad del vino tuvieron una exactitud de 68% y 72%, respectivamente. Por otro lado, también es posible observar en la figura 4.7 las métricas de Precisión, Recall, Medición F, las cuales tienen un valor entre 0.72 y 0.76, tanto para la clase 0 como para la clase 1 del vino.

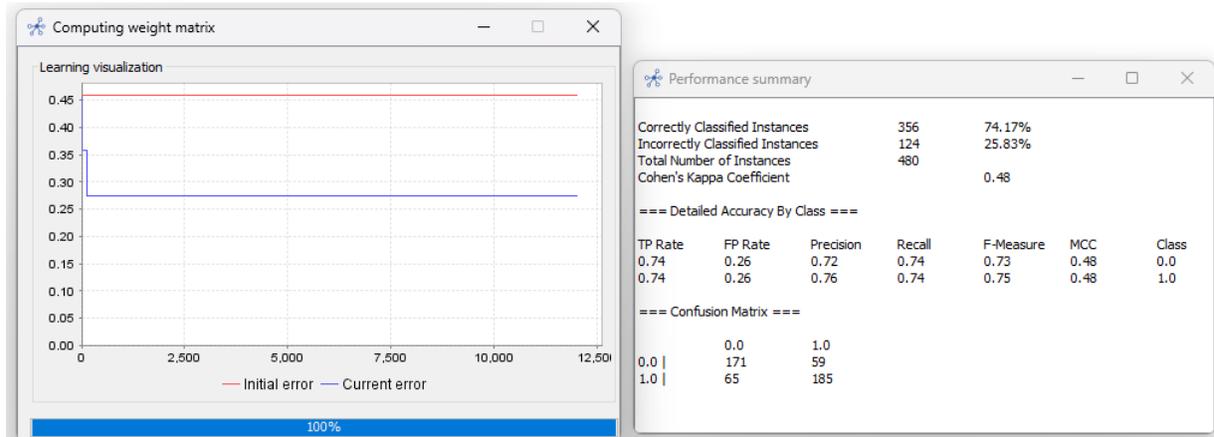


Figura 4.7 Resultados de la clasificación para el conjunto de datos de Vino

4.4.1.2 Modelo Prescriptivo

En este caso y para el siguiente (diabetes), el modelo “prescriptivo” se comporta como recomendador, dado que sugiere cambios en los conceptos “prescriptivos” que lleven al sistema a un estado deseado, pero no las acciones para llegar a esos valores. Por ejemplo, el modelo puede recomendar bajar la variable “grado de opacidad del vino”, pero no las acciones que lleven a que esta variable baje.

El mejor resultado para el FCMM propuesto usando diferentes hiperparámetros para el AG, se obtuvo con 150 de población, 20 generaciones, 0.5 como valor de probabilidad para usar el cruce y la mutación. Dichos resultados de calidad son (ver tabla 4) debajo de 0.0080 para MAE, menores de 0.00085 para MSE, y para RMSE por debajo de 0.011, para ambos conceptos a recomendar (C_6 C_8). Esto se traduce en una importante mejora de las métricas conseguidas usando la versión clásica de PVR-FCM. Una comparación más detallada se muestra en la tabla 4.

Tabla 4.

Comparación de las métricas obtenidas en PVR-FCM clásico vs la Extensión PVR-FCM para el conjunto de datos de Vino

Concepto FCM	MAE		MSE		RMSE	
	(clásico)	(extensión)	(clásico)	(extensión)	(clásico)	(extensión)
C ₆	0.01761	0.00711	0.00066	0.000085	0.02583	0.0092
C ₈	0.01991	0.00800	0.00069	0.000011	0.02644	0.0107

4.4.2 Conjunto de datos Diabetes

4.4.2.1 Modelo Predictivo

El FCM construido con un proceso de enteramiento en dos etapas es capaz de clasificar la diabetes en los datos pertenecientes al 30%, con una exactitud del 73%. Sin embargo, a pesar de mejorar la capacidad de clasificación del PVR-FCM clásico de 70%, aun no logra equiparar el rendimiento del 90% obtenido por los trabajos de Olisah et al. (2022) y Hasan et al. (2020) en la clasificación de la Diabetes. Los diferentes resultados de las métricas de exactitud, precisión, recall, etc. son mostrados en la figura 4.8.

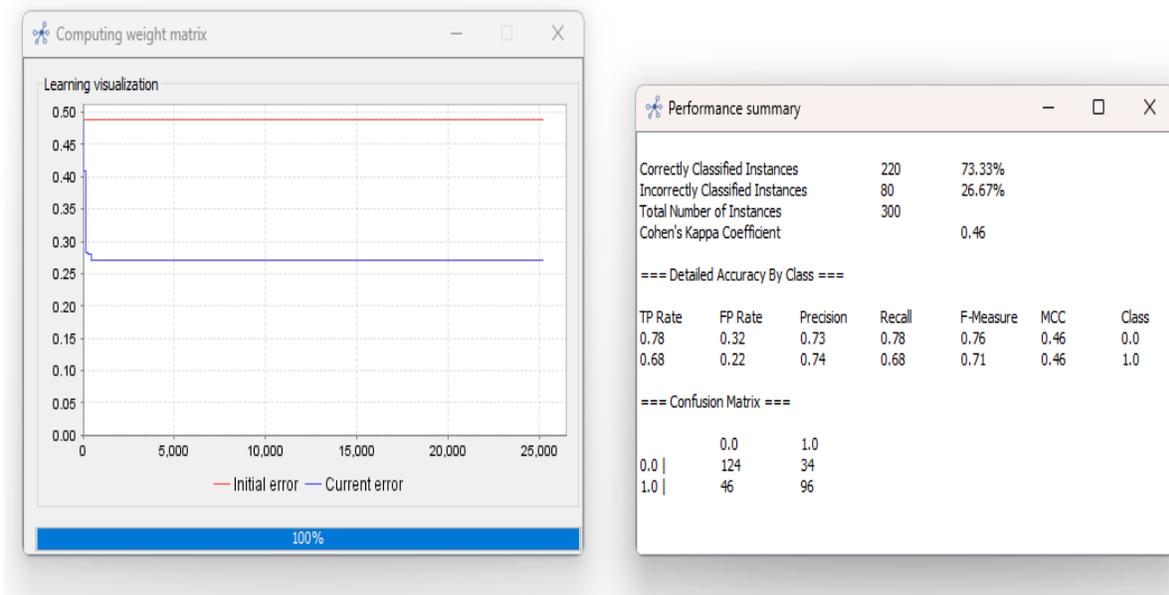


Figura 4.8 Resultados de la clasificación para el conjunto de Diabetes

4.4.2.2 Modelo Prescriptivo

Al usar el FCMM de la figura 4.4 y probando con distintos hiperparámetros para el AG, se logra el mejor rendimiento con una población de 180, 0.50 de probabilidades para usar el cruce, 0.30 para usar la mutación y 30 generaciones. Las métricas nuevamente destacan y mejoran las ya obtenidas con el PVR-FCM clásico, dado que se alcanzó valores de $MAE < 0.0060$, $MSE < 0.00085$ y $RMSE < 0.0082$, para ambos conceptos “prescriptivos”. Nuevamente, una comparación más detallada se puede apreciar en la tabla 5, donde se muestra el valor de la métrica obtenido usando la versión clásica de PVR-FCM y el valor obtenido con la extensión propuesta.

Tabla 5.

Comparación de las métricas obtenidas en PVR-FCM clásico vs la Extensión PVR-FCM para el conjunto de datos de Diabetes

Concepto FCM	MAE		MSE		RMSE	
	(clásico)	(extensión)	(clásico)	(extensión)	(clásico)	(extensión)
C ₂	0.01112	0.00649	0.00201	0.000081	0.01429	0.0090
C ₃	0.00743	0.00600	0.00101	0.000068	0.01000	0.0082

4.4.3 Conjunto de datos Rendimiento Estudiantil

4.3.3.1 Modelo Predictivo

Para este caso de estudio, el FCMM logro un porcentaje de exactitud para el concepto clase C₁₆ del 89%, usando el 30% de los datos los cuales nunca había visto. Este resultado también representa un mejor rendimiento que el obtenido con el PVR-FCM clásico (de 85%), lo que significa que también consigue un mejor rendimiento que los trabajos realizados sobre este conjunto de datos, de Amrieh en 2015 y 2016, donde se obtuvo un 80% de exactitud. Por otro lado, en la figura 4.9, se puede observar además de la exactitud, los valores de *recall* con un 0.96 para la clase 0, una precisión de 0.95 para la clase 1 y Medida F de 0.90 para la clase 0, entre sus valores más altos.

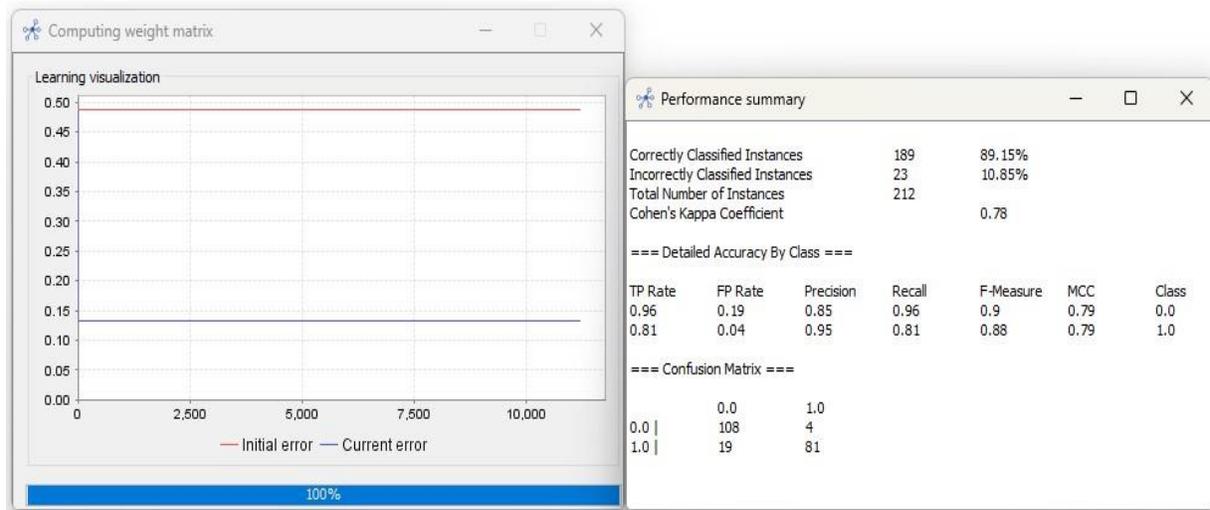


Figura 4.9 Resultados de clasificación para el conjunto de Rendimiento Estudiantil

4.4.3.2 Modelo Prescriptivo

Luego de probar diferentes hiperparámetros para el AG, el mejor resultado al usar FCMM fue alcanzado con los valores de 250 para la población, 50 en el número de generación y 0.50 como valores de probabilidad para usar los operadores de cruce y mutación, logrando un desempeño de $MAE < 0.032$, $MSE < 0.0018$ y $RMSE < 0.042$, para los cuatro conceptos prescriptivos. En la tabla 6 se detallan todas las métricas de este caso de estudio, y también se puede observar la mejora con respecto a las obtenidas con PVR-FCM clásico.

Tabla 6.

Comparación de las métricas obtenidas en PVR-FCM clásico vs la Extensión PVR-FCM para el conjunto de datos de Rendimiento Estudiantil

Concepto FCM	MAE		MSE		RMSE	
	(clásico)	(extensión)	(clásico)	(extensión)	(clásico)	(extensión)
C ₉	0.02674	0.01019	0.00120	0.000184	0.03466	0.01350
C ₁₀	0.03358	0.03236	0.00188	0.001701	0.04337	0.04120
C ₁₁	0.03560	0.01513	0.00222	0.000380	0.04717	0.01950
C ₁₂	0.00999	0.00682	0.00181	0.000080	0.01349	0.00890

Por otro lado, también se realizaron las pruebas de t-student sobre las variables recomendadas/prescritas que siguen una distribución normal, y prueba de Wilcoxon para el concepto C₈ (marcado con * en la Tabla 7), el cual no sigue una distribución normal. Los resultados plasmados en la Tabla 7 muestran las mejoras obtenidas con el FCMM con respecto al PVR-FCM clásico reportado en Hoyos y colaboradores en [7]. Por ejemplo, para el concepto C₆ del conjunto de datos vino en PVR-FCM clásico obtuvo 0.973, y con la extensión 0.989. También, para el concepto C₈ Densidad del vino se consigue una mejora de 0.672 a 0.956 mostrado en dicha tabla, y para el concepto C₉ del conjunto de datos rendimiento estudiantil se logra 0.994, a diferencia del 0.961 logrado con PVR-FCM clásico.

Tabla 7

Comparación de medias entre la data real y la obtenida por el modelo prescriptivo

Caso de estudio	Concepto FCM	Nombre de la variable	Promedio \pm DE		P
			Real	Prescriptivo	
Diabetes	C ₂	Glucosa plasmática concentración a 2 h en una prueba de tolerancia de glucosa oral	0.628 \pm 0.172	0.628 \pm 0.171	0.989
	C ₃	Presión arterial diastólica	0.550 \pm 0.189	0.550 \pm 0.187	0.999
Vino	C ₆	Dióxido de azufre libre	0.218 \pm 0.153	0.219 \pm 0.153	0.937
	C ₈ *	Densidad	0.489 \pm 0.132	0.489 \pm 0.133	0.956
Rendimiento académico de estudiante	C ₉	Manos levantadas	0.353 \pm 0.308	0.353 \pm 0.305	0.994
	C ₁₀	Recursos visitados	0.402 \pm 0.333	0.406 \pm 0.328	0.906
	C ₁₁	Anuncios vistos	0.282 \pm 0.249	0.284 \pm 0.247	0.960
	C ₁₂	Discusiones grupales	0.375 \pm 0.299	0.374 \pm 0.299	0.986

Capítulo 5

Conclusiones y recomendaciones

Hemos elaborado un enfoque de aprendizaje para un contexto multicapa, con el cual se busca aprovechar los dos niveles de conocimiento existentes en el FCM de la metodología PVR-FCM. Así se realiza un primer entrenamiento con solo los conceptos del sistema y el concepto clase (primer FCM), cuyos pesos obtenidos son fijados para asegurar la no variabilidad de estos cuando se añade la capa de los conceptos de acción para realizar un nuevo proceso de entrenamiento, que finalmente da lugar al FCMM.

Con el fin de probar la calidad del FCMM se desarrollaron tres casos de estudios, ya evaluados dentro del marco metodológico de Hoyos y colaboradores en [\[7\]](#). Los resultados muestran que el actual enfoque de separar y entrenar los dos niveles de conocimiento presentes en cada problema bajo estudio corresponde con una mejora de alrededor del 4% en el resultado del modelo predictivo (o de clasificación) en todos los casos de estudio. Por otro lado, en cuanto a la capacidad del modelo prescriptivo de indicar o recomendar las acciones, el cual es el objetivo principal de la metodología, se observó una importante mejora en comparación con los resultados obtenidos usando el PVR-FCM clásico.

Sin embargo, por contar con reducidos conjuntos de datos que cuenten con variables propiamente prescriptivas o de acción, sigue siendo una limitante para las pruebas tanto para el PVR-FCM clásico como para esta extensión propuesta. Como futuros trabajos, se proponen los siguientes:

- Probar otras metaheurísticas que permita automatizar la definición del segundo FCM.
- Realizar una búsqueda exhaustiva de más conjuntos de datos que contengan variables de acción.
- Elaborar una interfaz que automatice el uso del FCMM.

Referencias

- [1] C. Cote, 4 Types of Data Analytics to Improve Decision-Making, [Harvard Business School HBS Online Business Insights](#)
- [2] K. Lepenioti, A. Bousdekis, D. Apostolou, G. Mentzas, Prescriptive analytics: Literature review and research challenges. *International Journal of Information Management* 50, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.ijinfomgt.2019.04.003>
- [3] Y. He, Application study in decision support with fuzzy cognitive map, in: *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, volume 5178.LNAI, Springer, Berlin, Heidelberg, 2008. https://doi.org/10.1007/978-3-540-85565-1_41
- [4] S. Ayhan, P. Costas, H. Samet, Prescriptive analytics system for long-range aircraft conflict detection and resolution. *Proceedings of the 26th ACM SIGSPATIAL International Conference on Advances in Geographic Information Systems*, 2018. <https://doi.org/10.1145/3274895.3274947>
- [5] H. Laude, France's Governmental Big Data Analytics: From Predictive to Prescriptive Using R. *Federal Data Science*, 2018. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-812443-7.00006-5>
- [6] Dey, S., Gupta, N., Pathak, S., Kela, D.H., Datta, S. Data-Driven Design Optimization for Industrial Products. In: Datta, S., Davim, J. (eds) *Optimization in Industry. Management and Industrial Engineering*. Springer, Cham, 2019. https://doi.org/10.1007/978-3-030-01641-8_9
- [7] W. Hoyos, J. Aguilar, M. Toro, PRV-FCM: an extension of fuzzy cognitive maps for prescriptive modeling. *Expert Systems with Applications*, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.120729>
- [8] E. I. Papageorgiou and J. L. Salmeron, "A Review of Fuzzy Cognitive Maps Research During the Last Decade," in *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2013. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2012.2201727>
- [9] Groumpos, P.P, *Fuzzy Cognitive Maps: Basic Theories and Their Application to Complex Systems*. In: Glykas, M. (eds), *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, 2010. https://doi.org/10.1007/978-3-642-03220-2_1

-
- [10] E. I. Papageorgiou, N. I. Papandrianos, G. Karagianni, G. C. Kyriazopoulos and D. Sfyas, "A fuzzy cognitive map based tool for prediction of infectious diseases," *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 2009. <https://doi.org/10.1109/FUZZY.2009.5277254>
- [11] Lucchiari, Claudio, Folgieri, Raffaella and Pravettoni, Gabriella. "Fuzzy cognitive maps: a tool to improve diagnostic decisions" *Diagnosis*, 2014. <https://doi.org/10.1515/dx-2014-0026>
- [12] G. Nápoles, M. Leon, I. Grau and K. Vanhoof, "Fuzzy Cognitive Maps Tool for Scenario Analysis and Pattern Classification," *IEEE 29th International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI)*, 2017. <https://doi.org/10.1109/ICTAI.2017.00103>
- [13] Stach, W., Kurgan, L. Pedrycz, W. Expert-Based and Computational Methods for Developing Fuzzy Cognitive Maps. In: Glykas, M. (eds) *Fuzzy Cognitive Maps. Studies in Fuzziness and Soft Computing*, 2010. https://doi.org/10.1007/978-3-642-03220-2_2
- [14] Aguilar, J. A survey about fuzzy cognitive maps papers. *International Journal of Computational Cognition*, 2005. <https://www.researchgate.net/publication/228703248>
- [16] Wang, D., Tan, D. & Liu, L. Particle swarm optimization algorithm: an overview. *Soft Comput* 22, 2018. <https://doi.org/10.1007/s00500-016-2474-6>
- [17] Alam, Tanweer; Qamar, Shamimul; Dixit, Amit; Benaïda, Mohamed. Genetic Algorithm: Reviews, Implementations, and Applications. TechRxiv, 2020. <https://doi.org/10.36227/techrxiv.12657173.v1>
- [18] Kosko, B.: *Fuzzy Cognitive Maps. International Journal of Man-Machine Studies* 1986.
- [19] Poczeta, K.; Papageorgiou, E.I.; Gerogiannis, V.C. Fuzzy Cognitive Maps Optimization for Decision Making and Prediction. *Mathematics*, 2020. <https://doi.org/10.3390/math8112059>
- [20] A. Infante, J. Infante-Moro, J. Gallardo-Pérez. Los mapas cognitivos difusos y su aplicación en la investigación de las ciencias sociales, 2021. <https://doi.org/10.14201/eks.26380>

[21] P. P. Groumpos, "Fuzzy cognitive maps: basic theories and their applications in medical problems," 2011 19th Mediterranean Conference on Control & Automation (MED), 2011. <https://doi.org/10.1109/MED.2011.5983203>

[22] STYLIOS, Chrysostomos D., GROUMPOS, Peter P. Fuzzy Cognitive Maps: a model for intelligent supervisory control systems. *Computers in Industry*, 1999.

[23] Xirogiannis, G., Glykas, M., Staikouras, C. Fuzzy Cognitive Maps in Banking Business Process Performance Measurement. In: Glykas, M. (eds) Fuzzy Cognitive Maps. Studies in Fuzziness and Soft Computing, 2010. https://doi.org/10.1007/978-3-642-03220-2_7

[24] E. I. Papageorgiou, "Learning Algorithms for Fuzzy Cognitive Maps—A Review Study," in *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, 2012. <https://doi.org/10.1109/TSMCC.2011.2138694>.

[25] J. Aguilar, C. López, D. Chávez Using Multilayer Fuzzy Cognitive Maps to diagnose Autism Spectrum Disorder E. Puerto, <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2018.10.034>